

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学者選抜試験問題
(2022年度10月期入学・2023年度4月期入学)

Admissions for October 2022 and for April 2023

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2022年8月5日 13:00 – 16:00

August 05, 2022 13:00 - 16:00

専門基礎A

Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「**専門基礎A**」の問題用紙で、表紙共に 14 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。**4問を選択して解答すること。** 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じのまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set A**” in 14 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎 A

$\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, $\boxed{\text{A-9}}$ の9問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer 4 questions out of $\boxed{\text{A-1}}$, $\boxed{\text{A-2}}$, $\boxed{\text{A-3}}$, $\boxed{\text{A-4}}$, $\boxed{\text{A-5}}$, $\boxed{\text{A-6}}$, $\boxed{\text{A-7}}$, $\boxed{\text{A-8}}$, and $\boxed{\text{A-9}}$.

$\boxed{\text{A-1}}$

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 次の関数 $f(x, y)$ の全ての極大値および極小値とそれを与える x, y を求めよ。ただし x, y は実数とする。

Find all the local maxima and minima, and corresponding x and y with respect to function $f(x, y)$. Let x and y be real numbers.

$$f(x, y) = x^3 - x^2y + xy^2 - x$$

(2) 領域 D を $y = \sqrt{x}$ と $y = x$ (ただし $x \geq 0$) で囲まれる部分とする時、次の積分 I を求めよ。

Let D be a domain bounded by $y = \sqrt{x}$ and $y = x$, where $x \geq 0$.

Compute the following integral I .

$$I = \iint_D e^{-y} dx dy$$

(3) 次の式で表される曲線の長さを求めよ。

Find the length of the curve given as follows.

$$y = x^{3/2} \quad (0 \leq x \leq \frac{4}{3})$$

(4) 行列 A の固有ベクトルを求め、それらが直交する条件を示せ。ただし x は実数とする。

Find the eigenvectors of matrix A , and show the conditions on which they become orthogonal to each other. Let x be a real number.

$$A = \begin{pmatrix} x & a \\ b & x \end{pmatrix}$$

A-2

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) フーリエ変換に関する下記の問に答えよ。ただし、関数 $f(t)$ のフーリエ変換は次式で定義される。

Answer the following questions related to a Fourier transform. Note that the Fourier transform of a function $f(t)$ is defined in the following.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (i = \sqrt{-1})$$

また、その逆変換は次式で与えられる。

The inverse Fourier transform is given in the following.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

- (a) 次の関数 $f(t)$ のフーリエ変換を求めよ。

Find the Fourier transform of $f(t)$ defined in the following.

$$f(t) = \begin{cases} a & (-t_0 \leq t \leq t_0) \\ 0 & (t < -t_0, t_0 < t) \end{cases} \quad (a > 0, t_0 > 0)$$

- (b) 問 (a) の結果を用いて次の積分 I を求めよ。

Evaluate the following integral I taking into account the result of Question (a).

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin 3x}{3x} \right)^2 dx$$

- (2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

Find the general solution of the following differential equation.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{4}{x^2}y = x$$

- (3) 留数定理を用いて次の積分 I を求めよ。

Evaluate the following integral I by using the residue theorem.

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2 - \sin \theta} d\theta$$

下記のすべての問に答えよ。ただし、導体、電荷、磁荷等は全て真空中に置かれているものとし、真空中の誘電率、透磁率はそれぞれ ϵ_0 、 μ_0 とする。

Answer all the following questions. All materials in the questions such as conductors, electric and magnetic charges are placed in vacuum. The permittivity and permeability of vacuum are ϵ_0 and μ_0 , respectively.

- (1) 図 (a) のように、半径 a の球導体があり、その中心 O から距離 d ($d > a$) の点を P とする。

As shown in Figure (a), a conducting sphere of radius a is placed at the center O . Let the point P be located at a distance d ($d > a$) from the center O .

- (a) 球導体を接地し、点 P に点電荷 Q を置いた。球導体と等価な電気影像の電荷と位置を示し、そのようになる理由を説明せよ。

The conducting sphere is grounded, then charge Q is placed at the point P . Show the charge and the position of the image that is equivalent to the conducting sphere, and explain the reason.

- (b) 球導体を持つ電荷を 0 としてから絶縁し、点 P に点電荷 Q を置いた。球導体と等価な電気影像の電荷と位置を示し、そのようになる理由を説明せよ。

The conducting sphere is insulated with no charge, then charge Q is placed at the point P . Show the charge and the position of the image that is equivalent to the conducting sphere, and explain the reason.

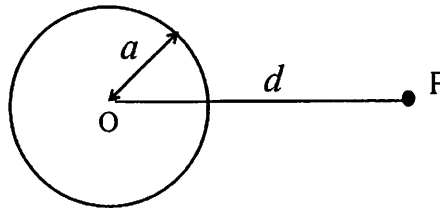


図 (a)
Figure (a)

- (2) 図(b)のように、強さ $-m$ と m の2つの点磁荷が微小な距離 δ を隔てて置かれたとき、これを磁気双極子と呼び、 $-m$ から m の方向を持つ大きさ $M = m\delta$ のベクトル M を、磁気双極子モーメントと呼ぶ。2磁荷の中点 O を原点とし、 M の方向を基線とする極座標をとる。

Two magnetic charges of $-m$ and m are placed with a distance δ as shown in Figure (b), which is called a magnetic dipole. The vector M directed from $-m$ to m with a magnitude of $M = m\delta$ is called the magnetic dipole moment. Consider the polar coordinate with the origin O at the middle point of the two magnetic charges and the baseline along the vector M .

- (a) 原点 O から距離 r ($r \gg \delta$)、方向 θ の位置にある点 P における磁位 U は、 δ/r の2次以上の項を無視すると、次式で表せることを示せ。

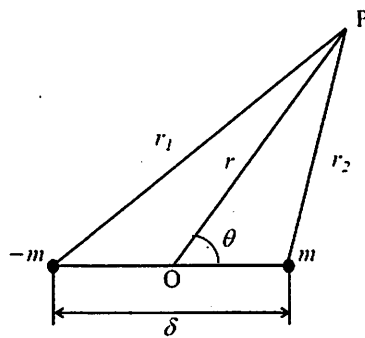
Ignoring the second and higher order terms of δ/r , show that the magnetic potential U at the point P with a distance r ($r \gg \delta$) and a direction θ is given by the following equation.

$$U = \frac{M \cos \theta}{4\pi\mu_0 r^2}$$

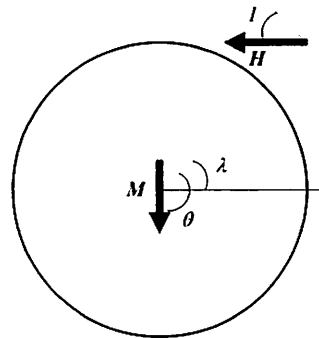
- (b) 地球の磁界は、地球の中心に南極に向けて置かれた磁気双極子が作る磁界で近似することができる。地球は完全球体であるとし、磁気双極子と自転軸の方向が一致すると仮定すると、磁界の伏角 I と緯度 λ の間に次の関係があることを示せ。ただし、図(c)に示すように、伏角は磁界 H が水平から傾いている角度である。

The Earth's magnetic field can be approximated by the magnetic field due to the magnetic dipole placed at the center of the Earth directed toward the South Pole. Assuming that the Earth is a perfect sphere and the magnetic dipole direction coincides with the Earth's rotation axis, show that the relationship between the inclination angle I and the latitude λ is given by the following equation. Here, as shown in Figure (c), the inclination angle is defined as the angle between the horizontal plane and the total magnetic field vector H .

$$\tan I = 2 \tan \lambda$$



図(b)
Figure (b)



図(c)
Figure (c)

A-4

以下の全ての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 図(a)に示す交流回路について、端子1-1'から見たインピーダンス $Z_1 = V_1/I_1$ が周波数に関係なく一定になる条件と、そのときの Z_1 を求めよ。

For the AC circuit shown in Figure (a), find the condition at which the impedance $Z_1 = V_1/I_1$ seen from terminal 1-1' becomes constant regardless of frequency. Also find Z_1 at the condition.

- (2) 飽和出力電圧が $\pm V_S$ である以外は理想的な特性を持つ演算増幅器を用いた回路について、以下の問に答えよ。

For the circuits with ideal operational amplifiers except that the saturation output voltage is $\pm V_S$, answer all the questions.

- (a) 図(b)に示す回路は比較器である。入力電圧 V_1 を $\pm V_S$ の範囲で変化させたとき、出力電圧 V_O の変化を説明せよ。

The circuit shown in Figure (b) is a comparator. Explain variation of the output voltage V_O when the input voltage V_1 changes within the range of $\pm V_S$.

- (b) 図(c)に示す回路は非安定マルチバイブレータである。電圧 V_O と V_1 の時間変化を説明せよ。

The circuit shown in Figure (c) is an astable multivibrator. Explain time variation of the voltages V_O and V_1 .

- (c) 図(c)の回路の発振周期を求めよ。

Find the period of oscillation of the circuit shown in Figure (c).

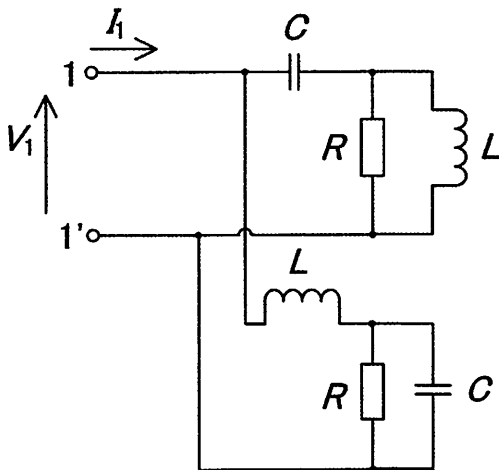


図 (a)
Figure (a)

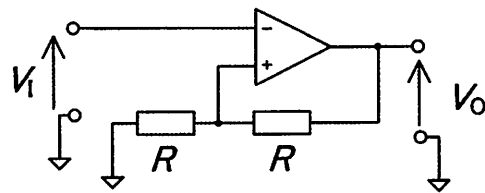


図 (b)
Figure (b)

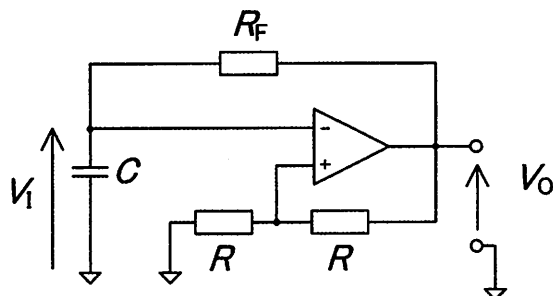


図 (c)
Figure (c)

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 情報源, あて先, 通信路符号器, 通信路復号器, 情報源符号器, 情報源復号器, 通信路で構成される通信系の一般モデルを考える. このモデルをブロック図で示せ.

Consider a general communication system model, which consists of a source, destination, channel encoder, channel decoder, source encoder, source decoder, and communication channel. Draw this model as a block diagram.

- (2) 記憶のない定常情報源 S は, 情報源記号 A, B, C, D, E を, それぞれ確率 0.6, 0.16, 0.12, 0.08, 0.04 で発生させる. 下記の問に答えよ. $\log_2 3 = 1.6$, $\log_2 5 = 2.3$ を用いてよい.

A stationary memoryless information source S generates information symbols A, B, C, D, and E with probabilities 0.6, 0.16, 0.12, 0.08, and 0.04 respectively. Answer the following questions. $\log_2 3 = 1.6$ and $\log_2 5 = 2.3$ may be used.

- (a) 「記憶のない」および「定常」の定義を述べよ.

Describe the definitions of “memoryless” and “stationary”.

- (b) S に 2 元ハフマン符号化を施せ.

Find a binary Huffman code of S .

- (c) 問 (b) の符号について, 情報源記号 1 つあたりの平均符号長を求めよ.

Find the expected codeword length per symbol of the code in Question (b).

- (d) S のエントロピーを求めよ.

Find the entropy of S .

- (3) ビット誤り率 p の記憶のない 2 元対称通信路 (BSC) C を考える. 以下の問に答えよ.

Let C be a memoryless binary symmetric channel (BSC) with crossover probability p . Answer the following questions.

- (a) C の通信路行列を示せ.

Show the channel matrix of C .

- (b) C の通信路容量が次式で与えられることを示せ. また, これを p の関数として図示せよ.

Show that the channel capacity of C is given by the following expression. In addition, graph it as a function of p .

$$1 + p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p)$$

- (c) C を介した, (7,4) ハミング符号を用いた伝送を考える. 訂正可能な誤りは全て訂正する場合の, 復号誤り率を求めよ.

Consider communications with (7,4) Hamming code through C . Evaluate the probability of decoding failure assuming that any correctable errors are corrected.

- (d) ビット誤り率 p と q の 2 つの BSC を縦続接続した通信路の通信路容量を求めよ.

Find the channel capacity of a cascade of two BSCs with crossover probabilities p and q .

以下の問(1)~(3)に全て答えよ。
Answer all the following questions (1)-(3).

- (1) ハッシュ表の実装方法に関して以下の問(a)(b)に答えよ。

On the implementation techniques of the hash tables, answer the following questions (a) and (b).

- (a) 外部ハッシュ法（連鎖法）と内部ハッシュ法（開番地法）の違いを説明せよ。図を書いて説明しても良い。

Explain the difference of the external hashing (chaining method) and the internal hashing (open addressing method). You may use figures for the explanation.

- (b) 外部ハッシュ法において、ハッシュ表のサイズを B 、登録されているデータ数を M としたとき、1回のデータ参照に要する平均時間を論ぜよ。

Discuss the average time for reading one entry from a hash table implemented in external hashing. Here the size of the hash table is B and the number of entries is M .

- (2) 線形リストで与えられた数値データの整列を行う挿入ソートアルゴリズムを、フローチャートまたは疑似コードを用いて記述せよ。さらに、数値データの個数を n としたとき、そのアルゴリズムの時間計算量について論ぜよ。ただし、2つの数値の大小比較は定数時間で行えるものとする。

Describe the *insertion sort algorithm*, which sorts a linear linked list of numerical data, by using a flowchart or pseudo code. Then, discuss the time complexity of the algorithm where n is the length of the linked list. Assume that a numerical comparison for a pair of data can be executed in a constant time.

- (3) 次の疑似コードが示す手続き something について、問(a)(b)に答えよ。

Answer the questions (a) and (b) on the procedure "something" shown by the following pseudo code.

```

something(integer n) {
  print "*"
  integer i ← 1
  while(i ≤ n - 1) {
    call something(i)
    i ← i + 1
  }
}

```

- (a) 引数 n として 0, 1, 2, -1 を与えて something を呼び出した場合に、それぞれ、*印が何回出力されるか答えよ。

Count how many times "*" will be printed when "something" is invoked with $n=0$, $n=1$, $n=2$, and $n=-1$.

- (b) 任意の整数 n に対して*印が何回出力されるかを答えよ。さらに、その理由を説明せよ。

Show how many times "*" will be printed for a given integer n , and explain why.

A-7

以下のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 2進表現について、以下の問に答えよ。

(a) 次の10進数を8ビットの2の補数表現で表せ。

(i) +45

(ii) -90

(b) 次の8ビットの2の補数表現の2進数を8ビットの符号付き絶対値表現に変換せよ。

(i) 11110000

(ii) 00001111

(c) 次の8ビットの符号付き絶対値表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ。

(i) 11110000 + 11110000

(ii) 11110000 - 00001111

(d) 次の8ビットの2の補数表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ。

(i) 11110000 + 11110000

(ii) 11110000 - 00001111

(2) IEEE754 半精度基本フォーマット (16 ビット。符号部：1 ビット、指数部：5 ビット、仮数部：10 ビット。指数のゲタは 15。) について、以下の問に答えよ。

(a) 以下の半精度基本フォーマットの浮動小数点数が表す数を2進の科学記数法 (例えば、 $+1.01010101 \times 2^3$) で示せ。

(i) 0100 0001 0101 0101

(ii) 1000 0001 0101 0101

(b) -9.625 を半精度基本フォーマットの浮動小数点数で表せ。

(3) コンピュータの命令セットアーキテクチャにおけるアドレッシングモードについて説明せよ。

(4) クロック周波数 2GHz で動作する、ロード/ストア・アーキテクチャで5ステージ・パイプライン方式のプロセッサがある。ロード命令の結果が直後の命令で使用される場合、および、分岐命令で分岐が成立する場合とジャンプ命令の場合に1サイクルストールするものとし、その他のハザードはないものとする。このプロセッサで、実行命令数が 1,000,000 で、命令の出現頻度が ALU 命令:50%、ロード:20%、ストア:15%、分岐:10%、ジャンプ:5%のプログラムを実行した場合の実行時間を求めよ。ロード命令の直後にストールする割合は 40%、分岐命令で分岐が成立する割合は 50%であるとする。(答えを導出した過程も示すこと。)

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions on binary number representations.

(a) Express the following decimal numbers in 8-bit two's complement representation.

(i) +45

(ii) -90

(b) Convert the following 8-bit two's complement binary numbers into 8-bit sign-and-magnitude binary representation.

(i) 11110000

(ii) 00001111

(c) Show the results of the following addition and subtraction in the 8-bit sign-and-magnitude binary number system.

(i) 11110000 + 11110000

(ii) 11110000 - 00001111

(d) Show the results of the following addition and subtraction in the 8-bit two's complement binary number system.

(i) 11110000 + 11110000

(ii) 11110000 - 00001111

(2) Answer the following questions on floating-point numbers represented in IEEE754 half-precision basic format (with 1-bit sign, 5-bit exponent (bias=15) and 10-bit significand).

(a) Show the values of the following floating-point numbers represented in IEEE754 half-precision basic format by the binary scientific notation (e.g., $+1.01010101 \times 2^{-3}$).

(i) 0100 0001 0101 0101

(ii) 1000 0001 0101 0101

(b) Represent -9.625 in IEEE754 half-precision basic format.

(3) Explain 'addressing modes' in an instruction set architecture of a computer.

(4) Consider a processor with load/store architecture which has a 5-stage instruction pipeline and operates with a 2 GHz clock. Assume that the processor is stalled for one clock cycle when the result of a 'load' instruction is used by the next instruction, when a 'branch' is taken, or when a 'jump' is done, and there is no other pipeline hazard. Calculate the execution time of a program by assuming that the number of executed instructions is 1,000,000, the instruction-mix is ALU: 50%, load: 20%, store: 15%, branch: 10%, and jump: 5%, and the ratio of load-use stalls is 40% and the ratio of branches taken is 50%. (Calculate also the derivation process of your answer.)

下記の全ての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) プログラミング言語に関連する以下の用語について、各 200 字程度で説明せよ。

- (a) 型
- (b) スタックオーバーフロー

(2) 以下に示す(架空の)プログラミング言語 Dunno の式についての仕様を読み、問 (a)(b) に答えよ。

- 式の評価結果は整数、もしくは、整数から整数への関数、もしくは実行時エラーである。部分式の評価結果が実行時エラーになった場合、直ちに評価が中断し、実行時エラーが式全体の評価結果となる。
- 式の構文は以下の BNF の非終端記号 E で与えられる。 i は整数定数を表す。終端記号は、 $($ 、 $)$ 、 $@$ 、 $\#$ 、 $\&$ 、 $\$$ と整数定数である。

$$\begin{aligned} A &::= i \mid \$ \mid (E) & C &::= A \mid A \# A \\ P &::= C \mid C @ P & E &::= P \mid E \& P \end{aligned}$$

- 整数定数式の評価結果は、その定数となる。式 $\$$ の評価結果は関数 $i \mapsto i + 1$ である。
- 二項演算子 $@$ は左オペランドの評価結果が関数 f 、右オペランドの評価結果が整数 i の時、 $f(i)$ を評価結果とする。それ以外の場合、式全体の評価結果は実行時エラーとなる。
- 二項演算子 $\#$ は両オペランドの評価結果がともに関数である場合、それらの合成(左オペランドを f 、右オペランドを g とすると $f \circ g$) を評価結果とする。それ以外の場合、式全体の評価結果は実行時エラーとなる。
- 二項演算子 $\&$ は左オペランドの評価結果が非負整数 i 、右オペランドの評価結果が関数 f の時、その関数を i 回合成した関数 $\underbrace{f \circ \dots \circ f}_i$ を評価結果とする。 $i = 0$ の場合は恒等関数である。それ以外の場合、式全体の評価結果は実行時エラーとなる。
- 括弧で囲まれた式 (E) の評価結果は、式 E の評価結果である。

(a) 二項演算子 $@$ 、 $\#$ 、 $\&$ を優先度の高い方から順に並べよ。どの演算子が右結合であるか答えよ。

(b) 以下の記号列 (i)~(vi) について、それが式であれば評価結果は何かを答えよ。式が構文に従っていない場合、「構文エラーである」と答えよ。

(i) $\$03$ (ii) $\#\$\05 (iii) $\#\#\#\$\04 (iv) $\$\$0\$0(\$09)$ (v) $8\&\$01$ (vi) $(3\&(5\&\#\$\$))@2$

Answer all the following questions.

(1) Explain each of the following terms related to programming languages in about 75 words.

- (a) types
- (b) stack overflow

(2) Read the following specification about expressions in the (hypothetical) programming language called Dunno and answer questions (a) and (b) below.

- The evaluation result of an expression is an integer, a function from integers to integers, or a run-time error. If the evaluation result of a subexpression is a run-time error, the evaluation immediately aborts and the error will be the evaluation result of the whole expression.
- The nonterminal symbol E of the following grammar defines the syntax of expressions. The terminal symbols are $(,), @, \#, \&, \$$, and integer constants, denoted by i .

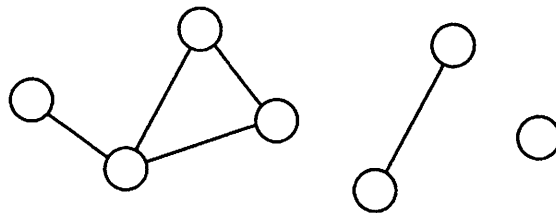
$$\begin{aligned} A &::= i \mid \$ \mid (E) & C &::= A \mid A \# A \\ P &::= C \mid C @ P & E &::= P \mid E \& P \end{aligned}$$

- The evaluation result of an integer constant expression is the constant itself and that of $\$$ is the function $i \mapsto i + 1$.
 - The binary operator $@$ yields $f(i)$ as the evaluation result, if the evaluation result of the left-hand operand is a function f and that of the right-hand operand is an integer i . Otherwise, the evaluation result is a run-time error.
 - The binary operator $\#$ yields $f \circ g$, the composition of f and g as the evaluation result, if the evaluation results of the left-hand and right-hand operands are functions f and g , respectively. Otherwise, the evaluation result is a run-time error.
 - The binary operator $\&$ yields $\underbrace{f \circ \dots \circ f}_i$, the i -time iterative composition of f as the evaluation result, if the evaluation result of the left-hand operand is a nonnegative integer i and that of the right-hand operand is a function f . (If $i = 0$, then the result is the identity function.) Otherwise, the evaluation result is a run-time error.
 - The evaluation result of a parenthesized expression (E) is that of E .
- (a) List the binary operators $@, \#, \&$ in the order of precedence (from higher to lower). Which ones are right-associative?
- (b) For each symbol sequence (i)–(vi), if it is an expression, give its evaluation result. If the given symbol sequence does not conform to the grammar, the answer will be “syntax error”.

(i) $\$@3$ (ii) $\#\#\@5$ (iii) $\#\#\#\@4$ (iv) $\$@\$(\@9)$ (v) $\&\@\@1$ (vi) $(3\&(5\&\#\#))\@2$

本問題で扱うグラフはすべて無向グラフであるとし、自己ループや多重辺を持たないとする。グラフ G の次数列とは、 G の各頂点の次数を降順に並べた列である。例えば、図(a)に示すグラフの次数列は $(3, 2, 2, 1, 1, 1, 0)$ である。

Assume that all graphs appearing in this problem are undirected and have neither self-loops nor parallel edges. The degree sequence of a graph G is defined by the sequence of the degrees of the vertices of G sorted in a nonincreasing order. For example, the degree sequence of the graph shown in Figure (a) is $(3, 2, 2, 1, 1, 1, 0)$.



図(a)

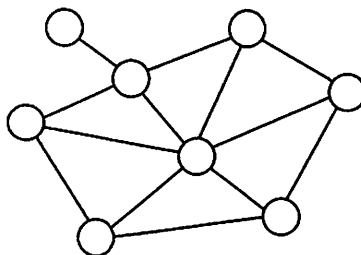
Figure (a)

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 図(b)に示すグラフの次数列を書け。

Write the degree sequence of the graph shown in Figure (b).



図(b)

Figure (b)

- (2) 以下の条件 (a), (b), (c), (d) を満たすグラフはそれぞれ存在するか。存在する場合は 1 つ図に描け。存在しない場合、理由を説明せよ。

Does a graph satisfying each of (a), (b), (c), and (d) exist? Draw a graph if one exists.

If a graph does not exist, give a reason.

- (a) 次数列が $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$ で、連結なグラフ。

A connected graph whose degree sequence is $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$.

- (b) 次数列が $(9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0)$ であるグラフ。

A graph whose degree sequence is $(9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0)$.

- (c) 次数列が $(3, 3, 2, 2, 2, 2)$ で、連結で、橋をちょうど 1 本持つグラフ。

A connected graph whose degree sequence is $(3, 3, 2, 2, 2, 2)$ and which has exactly one bridge.

- (d) 次数列が $(4, 4, 4, 4, 4)$ である平面的グラフ。

A planar graph whose degree sequence is $(4, 4, 4, 4, 4)$.

- (3) 以下を証明または反証せよ。Prove or disprove each of (a) and (b):

- (a) グラフ G, G' が同型であるならば、 G と G' の次数列は等しい。

If two graphs G and G' are isomorphic, the degree sequences of G and G' are the same.

- (b) グラフ G, G' の次数列が等しいならば、 G と G' は同型である。

If the degree sequences of two graphs G and G' are the same, G and G' are isomorphic.

- (4) 以下の (a), (b), (c) を判定できるか。できる場合はその方法を述べよ。できない場合、理由を説明せよ。

Can we decide each of the properties (a), (b), and (c)? Give a description of a method if we can. Give a reason if we cannot.

- (a) グラフ G の次数列を入力としたとき、 G が完全グラフであるか否か。

Given the degree sequence of a graph G , whether G is a complete graph.

- (b) 連結なグラフ G の次数列を入力としたとき、 G が木であるか否か(入力されるグラフは連結であると仮定してよい)。

Given the degree sequence of a connected graph G , whether G is a tree. (You can assume that the input graph is connected.)

- (c) グラフ G の次数列を入力としたとき、 G が連結であるか否か。

Given the degree sequence of a graph G , whether G is connected.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学者選抜試験問題
(2022年度10月期入学・2023年度4月期入学)

Admissions for October 2022 and for April 2023

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2022年8月6日 9:00-12:00

August 06, 2022 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎B

Problem Set B

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「**専門基礎B**」の問題用紙で、表紙共に15枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は8問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8)ある。**4問を選択して解答すること。**答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じのまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set B**” in 15 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 8 questions;** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, and B-8. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

B-1, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**の8問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer 4 questions out of **B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, and **B-8**.

B-1

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

- (1) 下記のデジタル伝送技術に関する問に答えよ。
 - (a) 最高周波数が 24 kHz のオーディオ信号を、16 ビット量子化により PCM (Pulse Code Modulation) 伝送する。必要なビット速度を求めよ。
 - (b) 問 (a) のビット列を、64QAM (Quadrature Amplitude Modulation) で伝送する場合に必要なシンボル速度を求めよ。
 - (c) 問 (a) のビット列を、サブキャリアの変調方式が 64QAM である OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号として、遅延時間差が $20 \mu\text{s}$ である 2 波を持つ伝搬路で伝送する。シンボル間干渉なく、ガードインターバル長を OFDM シンボル長の 10% 以下とするために必要な最低限のサブキャリア数を求めよ。なお、OFDM シンボルは、ガードインターバルと有効シンボルで構成される。
 - (d) ベースバンド伝送において、シンボル速度を大きくする際のデメリットを述べよ。
 - (e) 空間多重について説明せよ。
- (2) 待ち行列 M/M/1 システムにおいて呼が到着する。 λ [呼/秒] と μ [呼/秒] は、それぞれ到着率とサービス率である。ただし、 $\lambda < \mu$ である。 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ とする。システム内の呼数が n である確率を $p(n)$ とする。M/M/1 システムについて、次の問に答えよ。
 - (a) 状態遷移図を示せ。
 - (b) $p(n) = (1 - \rho)\rho^n$ であることを示せ。
 - (c) システム内平均呼数を ρ を用いて求めよ。
 - (d) 平均システム内滞在時間を μ と λ を用いて求めよ。
 - (e) システム内滞在時間が t 秒より大きくなる確率は、 $e^{-(\mu-\lambda)t}$ であることを示せ。ただし、システム内に n 個の呼が存在する時、システムが時間 t 秒以内で n 個以下の呼に対してサービスする確率は、 $\left(e^{-\mu t} \sum_{k=0}^n \frac{(\mu t)^k}{k!} \right)$ で与えられる。
 - (f) システム内滞在時間 t 秒の確率密度関数を t , μ , 及び、 λ を用いて求めよ。

Answer all the following questions.

- (1) Answer the following questions related to digital transmission techniques.
 - (a) Find the required bit rate of Pulse Code Modulation (PCM) transmissions using 16-bit quantization to transmit an audio signal with frequency up to 24 kHz.
 - (b) Find the required symbol rate to transmit the bit stream of Question (a) by 64QAM (Quadrature Amplitude Modulation).
 - (c) Suppose Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) transmissions with 64QAM subcarrier modulation of the bit stream in Question (a) over the channel with two paths of $20 \mu\text{s}$ delay time difference. Find the minimum number of subcarriers in order for the guard interval to be less than or equal to 10% of the OFDM symbol without inter-symbol interference. Note that an OFDM symbol consists of guard interval and effective symbols.
 - (d) Explain the disadvantage of increasing the symbol rate in baseband transmissions.
 - (e) Explain spatial multiplexing.
- (2) Consider call arrivals at the M/M/1 queuing system. λ [call/second] and μ [call/second] are arrival and service rates, respectively, where $\lambda < \mu$. ρ is defined as $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. $p(n)$ is the probability that the number of calls in the system is n . Answer the following questions.
 - (a) Draw the state transition diagram.
 - (b) Show that $p(n) = (1 - \rho)\rho^n$ holds.
 - (c) Find the average number of calls in the system by using ρ .
 - (d) Find the average sojourn time in the system by using μ and λ .
 - (e) Show that the probability that the sojourn time in the system is larger than t seconds is $e^{-(\mu-\lambda)t}$. Note that, when there are n calls in the system, the probability that the system serves n or less calls during t seconds is given as $\left(e^{-\mu t} \sum_{k=0}^n \frac{(\mu t)^k}{k!} \right)$.
 - (f) Find the probability density function of sojourn time t seconds in the system by using t , μ , and λ .

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 以下の問に答えよ.

信号 $x(t)$ が次式で与えられる.

$$x(t) = A \sin 2\pi f_0 t$$

ただし A は定数, f_0 は信号 $x(t)$ の周波数とする.

- (a) 時間区間 $[-T/2, T/2]$ における信号 $x(t)$ の平均電力を求めよ. ただし T は正の定数とする.
- (b) 問(a)の結果を用いて信号 $x(t)$ が電力信号であることを示せ.
- (c) 信号 $x(t)$ の自己相関関数を求めよ.
- (d) 問(c)の結果を用いて信号 $x(t)$ の電力スペクトル密度を求めよ.

(2) 次に示す変調信号 $y(t)$ に関する以下の問に答えよ.

$$y(t) = u_I(t) \cos 2\pi f_c t - u_Q(t) \sin 2\pi f_c t$$

ここで, f_c は搬送波の周波数, $u_I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_I[k]p(t - kT)$ および $u_Q(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_Q[k]p(t - kT)$ はそれぞれベースバンド信号のIチャネル成分およびQチャネル成分であり, T はシンボル間隔, $p(t)$ は送信パルス波形である. ただし, $1/T \ll f_c$ である. また, $x_I[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$ および $x_Q[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$ はそれぞれ4個の情報ビットをマッピングしたときのIチャネルおよびQチャネルの情報系列である.

- (a) $y(t)$ の変調方式の名称を答えよ. また, グレイ符号を適用した場合のマッピング例を図示せよ.
- (b) 送信パルス波形にロールオフファクタ α のレイズドコサインロールオフパルスを用いる. $p(t)$ の周波数伝達関数を示せ.
- (c) $y(t)$ を同期検波により復調するとき, $u_I(t)$, $u_Q(t)$ を相互の干渉なく取り出せることを式を用いて示せ.

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions.

The signal $x(t)$ is given by the following equation:

$$x(t) = A \sin 2\pi f_0 t$$

where A is a constant value, and f_0 is the frequency of the signal $x(t)$.

- (a) Find average power of the signal $x(t)$ in the time interval of $[-T/2, T/2]$, where T is a positive constant value.
- (b) Show that the signal $x(t)$ is a power signal by taking the result of Question (a) into account.
- (c) Find the autocorrelation function of the signal $x(t)$.
- (d) Find the power spectrum density of the signal $x(t)$ by taking the result of Question (c) into account.

(2) Answer the following questions related to the modulated signal $y(t)$ shown below:

$$y(t) = u_I(t) \cos 2\pi f_c t - u_Q(t) \sin 2\pi f_c t$$

where f_c is the carrier frequency, $u_I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_I[k]p(t - kT)$ and $u_Q(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_Q[k]p(t - kT)$ are baseband signals of I-channel and Q-channel, respectively, T is symbol duration, and $p(t)$ is the transmit pulse shape, where $1/T \ll f_c$. $x_I[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$ and $x_Q[k] \in \{-1, -1/3, 1/3, 1\}$ are the information sequences of I-channel and Q-channel, respectively, when 4 information bits are mapped.

- (a) Answer the name of the modulation scheme of $y(t)$. And then, draw a mapping, when Gray code is applied.
- (b) Assume transmit pulse shape is the raised cosine roll-off pulse with the roll-off factor α . Show the frequency transfer function of $p(t)$.
- (c) When $y(t)$ is demodulated by a coherent detector, show that the signals $u_I(t)$ and $u_Q(t)$ can be separated without mutual interference, using equations.

B-3

(English translation is given below.)

真空中で直交座標系の z 軸に沿う $-\Delta l/2 < z < \Delta l/2$ ($0 < \Delta l \ll \lambda$, λ は波長)の太さ無限小の線状アンテナに、角周波数 ω の一様な電流 $I_0 e^{j\omega t}$ が流れているとする。下記のすべての間に答えよ。必要であれば、以下で示すベクトルの回転の極座標系表現を用いてもよい。

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{u}_r & \mathbf{u}_\theta & \mathbf{u}_\phi \\ r^2 \sin\theta & r \sin\theta & r \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r A_\theta & r A_\phi \sin\theta \end{vmatrix}$$

ここに $\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$ は、それぞれ r, θ, ϕ 方向の単位ベクトルである。

(1) 一般に、電流密度ベクトル $\mathbf{J}e^{j\omega t}$ が作るベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}e^{j(\omega t - kr)}}{r} dV$$

で与えられる。ここに μ は透磁率、 k は波数、 r は原点からの距離、 V は電流源を含む領域、 dV は体積要素を表す。上記の場合の \mathbf{A} を求め、極座標により成分表示せよ。

- (2) 磁界 \mathbf{H} と \mathbf{A} の関係を示し、 \mathbf{H} を極座標により成分表示せよ。
- (3) 原点から十分遠方($r \gg \lambda$)における電磁界は、局所的に平面電磁波とみなすことができる。平面電磁波の電磁界の特性について簡潔に説明せよ(導出不要)。これらの特性を用いてこの場合の電界 \mathbf{E} を求め、極座標により成分表示せよ。
- (4) $z = -D$ に無限大完全導体平面を置く。ただし $D > \Delta l$ とする。このときの遠方における電界の大きさ $|\mathbf{E}|$ を求め、 $D = \lambda/2$ の場合について角度 θ に対する変化の概略を図示せよ。

Suppose that a uniform current $I_0 e^{j\omega t}$ of angular frequency ω flows in a linear antenna of $-\Delta l/2 < z < \Delta l/2$ ($0 < \Delta l \ll \lambda$, λ is the wavelength) with infinitesimal thickness along the z -axis of the Cartesian coordinate system in a vacuum. Answer all the questions below.

You may use vector rotation in polar coordinates given by the following formula if you need.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{u}_r & \mathbf{u}_\theta & \mathbf{u}_\phi \\ r^2 \sin\theta & r \sin\theta & r \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r A_\theta & r A_\phi \sin\theta \end{vmatrix}$$

where $\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_\theta,$ and \mathbf{u}_ϕ are the unit vectors in the direction of $r, \theta,$ and $\phi,$ respectively.

(1) The vector potential generated by a current density vector $\mathbf{J}e^{j\omega t}$ in a general case is given as

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}e^{j(\omega t - kr)}}{r} dV$$

where μ is the permeability, k is the wave number, r is the distance from the origin, V is the region that contains the current source, and dV is the volume element. Give the polar coordinate expression of \mathbf{A} in the given case.

- (2) Give the relation between the magnetic field \mathbf{H} and \mathbf{A} , and give the polar coordinate expression of \mathbf{H} .
- (3) At a point sufficiently far from the origin ($r \gg \lambda$), the electromagnetic field can be locally regarded as a planar electromagnetic wave. Explain the characteristics of the electromagnetic field for a planar electromagnetic wave (derivation is not required). Using these characteristics, derive the electric field \mathbf{E} for this case, and give its polar coordinate expression.
- (4) Put an infinite perfectly conducting plane at $z = -D$, where $D > \Delta l$. Give the magnitude of the electric field $|\mathbf{E}|$ in a far field for this case, and sketch its variation with angle θ for the case $D = \lambda/2$.

下記のすべての間に答えよ。 $\bar{\quad}$ は論理否定、 \cdot は論理積、 $+$ は論理和を表す。

Answer all the following questions. $\bar{\quad}$, \cdot , and $+$ denote logical negation, logical and, and logical or, respectively.

(1) 以下に示す論理関数 f について、以下の間に答えよ。

Answer the following questions on the logic function f defined below.

$$f = (a + b + c + d) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c} + d) \cdot (\bar{a} + b + c) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (a + \bar{c} + d)$$

(a) 論理関数 f の最小積和形表現をすべて求めよ。

Give all minimum sum-of-products expressions of f .

(b) 論理関数 f の最小和積形表現をすべて求めよ。

Give all minimum product-of-sums expressions of f .

(c) 3入力 NOR ゲートのみを用いて、論理関数 f を出力とするゲート数最小の論理回路を示せ。なお、入力として、 a 、 b 、 c 、 d およびそれらの否定 \bar{a} 、 \bar{b} 、 \bar{c} 、 \bar{d} が与えられるものとする。

Derive a logic circuit that realizes f with the minimum number of 3-input NOR gates only. Assume a , b , c , d and their complements \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} are available as inputs.

(d) 論理関数 $g = b + d$ 、 $r = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot d$ を考える。 $f = (g \cdot h) + r$ を満足するすべての論理関数 h の中から、積項数が最小でリテラル数が最も少ない積和形論理式を持つ論理関数の最小積和形表現を求めよ。

Assume logic functions $g = b + d$ and $r = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot d$. Among all the logic functions of h that satisfy $f = (g \cdot h) + r$, derive a minimum sum-of-products expression of a logic function that has the minimum number of product terms with the minimum number of literals in its minimum sum-of-products form.

(2) 1ビットの入力 u と3ビットの出力 (q_2, q_1, q_0) を持つ順序回路を、3個のDフリップフロップを用いて設計する。Dフリップフロップの出力は、それぞれ q_2, q_1, q_0 であり、そのまま順序回路の出力になっているものとする。 $u = 1$ のとき、周期8のバイナリダウンカウンタとして動作し、(q_2, q_1, q_0) は $(1, 1, 1) \rightarrow (1, 1, 0) \rightarrow (1, 0, 1) \rightarrow \dots \rightarrow (0, 0, 1) \rightarrow (0, 0, 0) \rightarrow (1, 1, 1)$ とカウントダウンする。 $u = 0$ のとき、シフトレジスタとして動作し、 q_2 に q_0 、 q_1 に q_2 、 q_0 に q_1 の値がそれぞれ移動する(例: (q_2, q_1, q_0) は $(1, 0, 0) \rightarrow (0, 1, 0) \rightarrow (0, 0, 1) \rightarrow (1, 0, 0)$ と変化する)。以下の間に答えよ。

We design a sequential circuit with a 1-bit input u and a 3-bit output (q_2, q_1, q_0) using three D flip-flops. The outputs of the D flip-flops are q_2, q_1 , and q_0 , and they are the outputs of the sequential circuit as they are. When $u = 1$, this circuit operates as a binary down counter whose cycle is 8. Namely, (q_2, q_1, q_0) change like $(1, 1, 1) \rightarrow (1, 1, 0) \rightarrow (1, 0, 1) \rightarrow \dots \rightarrow (0, 0, 1) \rightarrow (0, 0, 0) \rightarrow (1, 1, 1)$. When $u = 0$, the circuit operates as a

shift register, where q_0 moves to q_2 , q_2 to q_1 , and q_1 to q_0 . For example, (q_2, q_1, q_0) change like $(1, 0, 0) \rightarrow (0, 1, 0) \rightarrow (0, 0, 1) \rightarrow (1, 0, 0)$. Answer the following questions.

(a) 状態遷移表を示せ。

Derive a state transition table.

(b) q_2, q_1, q_0 を出力する D フリップフロップの D 入力をそれぞれ d_2, d_1, d_0 とする。 d_2, d_1, d_0 を q_2, q_1, q_0, u の論理関数で表す。 d_2, d_1, d_0 の最小積和形表現をそれぞれ求めよ。

Let d_2, d_1 , and d_0 be the D input of the D flip-flops that output q_2, q_1 , and q_0 , respectively. We derive d_2, d_1 , and d_0 as logic functions of q_2, q_1, q_0 , and u . Show the minimum sum-of-products expressions of d_2, d_1 , and d_0 .

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 32ビット語長・バイトアドレッシングのRISCプロセッサP1、P2およびP3は、それぞれ命令キャッシュI1、I2およびI3を持つ。以下の問に答えよ。なお、以下の問では全てのアドレスは16進数で表記されており、キャッシュの置き換えアルゴリズムはLRU (Least Recently Used) である。

32-bit word length and byte-addressing RISC processors P1, P2, and P3 have the instruction caches I1, I2, and I3, respectively. Answer the following questions. In the following questions, all addresses are expressed in hexadecimal and the cache replacement algorithm is LRU (Least Recently Used).

表 (a): メモリアクセス系列 (A)

Table (a): Memory access sequence (A)

address-1	00000000
address-2	00000004
address-3	00000008
address-4	00000010
address-5	00000024
address-6	00000028
address-7	00000030
address-8	00000034
address-9	00000048

表 (b): メモリアクセス系列 (B)

Table (b): Memory access sequence (B)

address-1	2c480000
address-2	2c481000
address-3	2c483000
address-4	2c481000
address-5	2c484000
address-6	2c482000
address-7	2c481000
address-8	2c482000
address-9	2c480000

- (a) I1 はデータ総容量 4096 バイト (タグやフラグは含まない)、32 バイトブロックの 2 ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュである。プロセッサ P1 が表 (a) に示すアドレスに格納された命令語を上から順にアクセスする。I1 は当初は空である。表 (a) に示すアドレス毎のアクセスがそれぞれヒットするかミスするかを示せ。

I1 is a 2-way set-associative cache of 32-byte blocks with a total data capacity of 4096 bytes (not including tags and flags). Processor P1 accesses the instruction words stored in the addresses shown in Table (a) from top to bottom. I1 is initially empty. Indicate whether the accesses are hit or miss for each of the addresses shown in Table (a).

- (b) I2 はデータ総容量 4096 バイト (タグやフラグは含まない)、32 バイトブロックの 4 ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュである。プロセッサ P2 が表 (b) に示すアドレスに格納された命令語を上から順にアクセスする。I2 は当初は空である。表 (b) に示すアドレス毎のアクセスがそれぞれヒットするかミスするかを示せ。

I2 is a 4-way set-associative cache of 32-byte blocks with a total data capacity of 4096 bytes (not including tags and flags). Processor P2 accesses the instruction words stored in the addresses shown in Table (b) from top to bottom. I2 is initially empty. Indicate whether the accesses are hit or miss for each of the addresses shown in Table (b).

- (c) I3 はデータ総容量 8192 バイト (タグやフラグは含まない) の N ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュであり、ブロックサイズは 16 バイト、32 バイト、64 バイト、128 バイトのいずれ

れかである。また、連想度 (N) は 2、4、8 のいずれかである。プロセッサ P3 が表 (a)、表 (b) に示すアドレスに格納された命令語を上から順にアクセスしたところ、キャッシュヒット率はともに $4/9$ であった。また、表 (a) 及び表 (b) のアクセスは独立であり、それぞれのアクセス開始時点で I3 は空である。I3 のブロックサイズ及び連想度の組を 1 つ答えよ。与えられた連想度とブロックサイズでは $4/9$ のキャッシュヒット率を達成できない場合、「解無し」と書け。

I3 is an N -way set associative cache with a total data size of 8192 bytes (not including tags and flags) and a block size of either 16, 32, 64, or 128 bytes. The associativity (N) is either 2, 4, or 8. Processor P3 accesses the instruction words stored at the addresses shown in Table (a) and Table (b) from top to bottom, and the cache hit rates are $4/9$ for both. Memory access sequences (A) and (B) are independent, and I3 is empty at the start of each memory access sequence. Answer a combination of block size and associativity of I3. If the cache hit ratio of $4/9$ cannot be achieved with the given associativity and block size, write “no solution”.

(2) 計算機に関する下記の問に答えよ。

Answer the following questions regarding computers.

(a) 多くの計算機では、命令キャッシュとデータキャッシュは分離されている。そのような構成が取られる理由を説明せよ。

Most computers use separate caches for instruction and data. Explain why such configurations are taken.

(b) パイプラインプロセッサにおいて、分岐予測による性能改善がどのように得られるか、分岐予測を使用する場合としない場合の例を示しながら説明せよ。

Explain how branch prediction improves performance of pipeline processors, giving examples with and without branch prediction.

B-6

以下のすべての問に答えよ。
Answer all the following questions.

- (1) $\{a, b, c\}$ 上の文字列のうち、 bc が接尾辞となっているような全ての文字列の集合を表す言語を L_1 とする。以下の問に答えよ。

Let L_1 be the language consisting of all strings over $\{a, b, c\}$ that have bc as a suffix. Answer the following questions.

- (a) L_1 を認識する非決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。状態数は 3 とする。

Draw the state transition diagram of a non-deterministic finite automaton that recognizes L_1 . The diagram should have three states.

- (b) L_1 を認識する決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。状態数は最小とせよ。

Draw the state transition diagram of a deterministic finite automaton that recognizes L_1 . The diagram should have the minimum number of states.

- (c) L_1 を表す正規表現を示せ。

Describe a regular expression which represents L_1 .

- (d) L_1 を生成する正規文法を示せ。

Describe a regular grammar which generates L_1 .

- (2) $\{a, b\}$ 上の文字列のうち、以下の文法で生成される言語を L_2 とする。(ただし開始記号を S とする。) 以下の問に答えよ。

Let L_2 be the language consisting of all strings over $\{a, b\}$ generated by the following grammar. (Here S is the start symbol.) Answer the following questions.

$$\begin{cases} S \rightarrow Saa, \\ S \rightarrow aaTa, \\ T \rightarrow bTbb, \\ T \rightarrow b. \end{cases}$$

- (a) L_2 が文脈自由言語に属するか否かを答え、その理由を述べよ。

Is L_2 a context-free language or not? Justify your answer.

- (b) L_2 が正規言語に属するか否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove: L_2 is a regular language.

- (3) 文脈自由言語のクラスが和集合演算に関して閉じているか否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove that the class of context-free languages is closed under union.

- (4) 多重トラックチューリングマシンは通常のチューリングマシンと言語受理能力が等価であるか否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove that the multi-track Turing machines have an equivalent power of language acceptance as the ordinary Turing machines.

B-7

以下の間に答えよ。(English translation is given on the next page.)

以下のBNFで抽象構文が定義されるプログラミング言語 \mathcal{L} を考える.

$$e ::= x \mid n \mid e_1 \text{ op } e_2 \mid \text{if } e \text{ then } e_1 \text{ else } e_2 \mid \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 \mid \text{whilepos}(x_1, x_2, e_1, e_2)$$

$$\text{op} ::= + \mid - \mid \text{and} \mid \text{or}$$

e, n, op はそれぞれ式, 整数, 演算子を表すメタ変数である. また, x, y, z は変数を表すメタ変数である. \mathcal{L} の式は整数値もしくはブール値に評価される. 式の意味はそれぞれ以下の通りである.

- x, y, z : 変数が束縛されている値に評価される. 変数が未定義であれば実行時エラーとなる.
- $e_1 \text{ op } e_2$: e_1 と e_2 の評価結果に演算子 op を適用した結果に評価される. op は $+, -, \text{and}, \text{or}$ のいずれかであり, それぞれ加算, 減算, 論理積, 論理和を表す. 加算, 減算をブール値に適用した場合は, 論理積, 論理和を整数値に適用した場合は実行時エラーとなる.
- $\text{if } e \text{ then } e_1 \text{ else } e_2$: e が true に評価されれば e_1 を, false に評価されれば e_2 を評価する. e が整数値に評価された場合は実行時エラーとなる.
- $\text{let } x = e_1 \text{ in } e_2$: x を e_1 の評価結果に束縛し, その後 e_2 を評価する. x は e_2 においてのみ参照できる.
- $\text{whilepos}(x_1, x_2, e_1, e_2)$: e_1 と e_2 を評価し, x_1 と x_2 をそれぞれの評価結果に束縛し (すでに x_1 または x_2 が束縛されているならば, 束縛されている変数を新しく束縛し直した上で) 以下のように振る舞う:
 - x_1 の値が 0 以下であれば x_2 の値を返す.
 - x_1 の値が 0 より大であれば, $\text{whilepos}(x_1, x_2, e_1, e_2)$ を評価する. x_1 と x_2 は e_1 と e_2 においてのみ参照できる.

例えば, x_1 と x_2 が正の整数に束縛されているときに, x_1 と x_2 の積を求める式は $\text{let } x = x_1 \text{ in let } y = x_2 \text{ in let } z = 0 \text{ in whilepos}(x, z, x - 1, y + z)$ と書くことができる.

上記仕様において定義されていない動作が, 以下の問題に解答するにあたって影響がある場合は, 適切に仕様を補完して解答せよ.

- (1) 実行時エラーを起こす式を一つ書け.
- (2) x が正の整数に束縛されているときに, 1 から x までの和を返す \mathcal{L} の式を書け.
- (3) 言語 \mathcal{L} のインタプリタのプログラムを示せ. 解答に先立ち, 使用するプログラミング言語を以下から一つ選択し明示すること: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Haskell. 解答にあたっては以下の点に留意すること.
 - 字句解析器や構文解析器を実装に含める必要はない. インタプリタは抽象構文木を入力として受け取るものと仮定してよい.
 - 動作の理解を容易にするために, ソースコードには適宜説明を加えること. 特に式の抽象構文木をどのようなデータ構造で表現したかを説明すること.
 - インタプリタの実装をすべて書く必要はなく, 式 x , 式 $\text{let } x = e_1 \text{ in } e_2$, 式 $\text{if } e \text{ then } e_1 \text{ else } e_2$, 式 $\text{whilepos}(x_1, x_2, e_1, e_2)$ に対する動作が分かるように説明されていればよい.

Answer all the following questions.

\mathcal{L} is a programming language whose abstract syntax is defined by the following BNF.

$$\begin{aligned} e & ::= x \mid n \mid e_1 \text{ op } e_2 \mid \text{if } e \text{ then } e_1 \text{ else } e_2 \mid \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 \mid \text{whilepos}(x_1, x_2, e_1, e_2) \\ \text{op} & ::= + \mid - \mid \text{and} \mid \text{or} \end{aligned}$$

e , n , and op are the metavariables for expressions, integers, and operators, respectively. x, y, z are the metavariables for variables. An \mathcal{L} expression evaluates to an integer value or a Boolean value. Each expression behaves as follows:

- A variable (i.e., x, y, z) evaluates to the value to which the variable is bound. A run-time error is reported if the variable is undefined.
- $e_1 \text{ op } e_2$ evaluates to the value obtained by applying op to the values of e_1 and e_2 . op is one of $+$, $-$, **and**, and **or**, which represent addition, subtraction, logical-and, and logical-or, respectively. A run-time error is reported if the addition or the subtraction is applied to a Boolean value; or if the logical-and or the logical-or is applied to an integer.
- **if** e **then** e_1 **else** e_2 evaluates to the value of e_1 if e evaluates to **true** and to the value of e_2 if e evaluates to **false**. A run-time error is reported if e evaluates to an integer.
- **let** $x = e_1$ **in** e_2 binds x to the value of e_1 and then evaluates e_2 . x can be referred to only within e_2 .
- **whilepos**(x_1, x_2, e_1, e_2) binds x_1 and x_2 to the values of e_1 and e_2 , respectively; if x_1 and/or x_2 are already bound, it rebinds the bound variables. Then, the evaluation described below is conducted:
 - Evaluates to the value of x_2 if the value of x_1 is less than or equal to 0.
 - Evaluates to **whilepos**(x_1, x_2, e_1, e_2) if the value of x_1 is greater than 0. x_1 and x_2 can be referred to only within e_1 and e_2 .

For example, the expression **let** $x = x_1$ **in** **let** $y = x_2$ **in** **let** $z = 0$ **in** **whilepos**($x, z, x - 1, y + z$) evaluates to $x_1 \times x_2$ if x_1 and x_2 are bound to positive integers.

If your answer depends on behavior that is not specified above, you are required to specify it appropriately by yourself.

- (1) Write an expression that reports a run-time error if it is evaluated.
- (2) Write an \mathcal{L} expression that evaluates to the sum of the integers from 1 to x ; you may assume that x is bound to a positive integer.
- (3) Describe a program that implements an interpreter for \mathcal{L} . First declare one programming language that you use from the following choices: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Haskell. Your answer should meet the following conditions.
 - You do *not* need to include a lexer nor a parser. Assume that your interpreter takes an abstract syntax tree of \mathcal{L} as input.
 - You need to add explanations to your source code so that it can be easily understood. Explain the data structure you use to represent an abstract syntax tree for expressions in detail.
 - Although you do not need to write the whole implementation, you are required to show the implementation for the following expressions: x ; **let** $x = e_1$ **in** e_2 ; **if** e **then** e_1 **else** e_2 ; and **whilepos**(x_1, x_2, e_1, e_2).

下記の全ての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 型付λ計算を下に示すBNF, 簡約規則, 型付け規則によって定義する。ただし, x, y, z は変数を表し, $[x := N]$ は変数 x へ N を代入する操作, 簡約関係 $M \rightarrow M'$ は簡約規則で閉じた最小の合同関係, 関係 $M \rightarrow^* M'$ はその反射的推移的閉包とする。α は型変数を表し, 型環境 Γ は, 変数と型の組 $x : \tau$ の有限列で変数に重複がないものである。空列は \bullet で表記する。型付け関係 $\Gamma \vdash M : \tau$ は型付け規則で閉じた最小の関係とする。

構文:

$$\begin{aligned} \text{項 } M, N, P &::= x \mid (\lambda x.M) \mid (MN) \mid (\iota_1 M) \mid (\iota_2 M) \mid (M?(x)N : (y)P) \\ \text{型 } \tau &::= \alpha \mid (\tau_1 \rightarrow \tau_2) \mid (\tau_1 + \tau_2) \end{aligned}$$

簡約規則:

$$((\lambda x.M) N) \rightarrow M[x := N] \quad ((\iota_i M)?(x_1)N_1 : (x_2)N_2) \rightarrow N_i[x_i := M] \quad (i = 1, 2)$$

型付け規則:

$$\begin{array}{c} \frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \tau_1}{\Gamma \vdash (\iota_1 M) : (\tau_1 + \tau_2)} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\iota_2 M) : (\tau_1 + \tau_2)} \quad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\lambda x.M) : (\tau_1 \rightarrow \tau_2)} \\ \frac{\Gamma \vdash M : (\tau_1 \rightarrow \tau_2) \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash (MN) : \tau_2} \quad \frac{\Gamma \vdash M : (\tau_1 + \tau_2) \quad \Gamma, x : \tau_1 \vdash N : \tau \quad \Gamma, y : \tau_2 \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (M?(x)N : (y)P) : \tau} \end{array}$$

(a) τ_1, τ_2 を型とする。型判断 $\bullet \vdash M : ((\tau_1 + \tau_2) \rightarrow ((\tau_1 \rightarrow \tau_2) \rightarrow \tau_2))$ が成立するような M を示せ。

(b) 項 $M_1 = (\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((x z) (y z))))), M_2 = (\lambda x.(\lambda y.x))$ とする。任意の項 M に対し, $((M_1 M_2) M_2) M \rightarrow^* M$ が成立することを示せ。

(c) 以下の(A)(B)を使い, 任意の型 τ に対し $\bullet \vdash ((M_1 M_2) M_2) : (\tau \rightarrow \tau)$ が導出できることを示せ。

(A) 任意の $\Gamma, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ に対して $\Gamma \vdash M_1 : ((\tau_1 \rightarrow (\tau_2 \rightarrow \tau_3)) \rightarrow ((\tau_1 \rightarrow \tau_2) \rightarrow (\tau_1 \rightarrow \tau_3)))$ が導出できる。

(B) 任意の Γ, τ_1, τ_2 に対して $\Gamma \vdash M_2 : (\tau_1 \rightarrow (\tau_2 \rightarrow \tau_1))$ が導出できる。

(d) この体系の合流性定理を述べよ。

(2) p, q を命題変数を表す記号として, 論理式 A, B をBNF $A, B ::= p \mid (A \supset B) \mid (A \wedge B) \mid (A \vee B)$ で定義する。論理体系 ND を以下の推論規則で定義する。ここで, Γ は論理式の有限集合を表すとする。

$$\begin{array}{c} \frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash (A \supset B)} \quad \frac{\Gamma \vdash (A \supset B) \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash (A \wedge B)} \quad \frac{\Gamma \vdash (A \wedge B)}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash (A \wedge B)}{\Gamma \vdash B} \\ \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash (A \vee B)} \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash (A \vee B)} \quad \frac{\Gamma \vdash (A_1 \vee A_2) \quad \Gamma \cup \{A_1\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{A_2\} \vdash B}{\Gamma \vdash B} \quad \frac{}{\Gamma \vdash (A \vee (A \supset B))} \end{array}$$

以下の各判断のNDにおける導出を与えよ。

(a) $\{(p_1 \supset p_2), (p_2 \supset p_3)\} \vdash (p_1 \supset p_3)$

(b) $\emptyset \vdash ((p_1 \wedge (p_2 \vee p_3)) \supset ((p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_3)))$

(c) $\emptyset \vdash ((p \supset q) \vee (q \supset p))$

A typed λ -calculus is defined by the following BNF, reduction rules, and typing rules. Here, x, y , and z range over the set of variables, $[x := N]$ denotes substitution of N for x , the reduction relation $M \rightarrow M'$ is the least congruence closed under the reduction rules, and the relation \rightarrow^* is its reflexive and transitive closure. α ranges over the set of type variables. A type environment Γ is a finite sequence of pairs $x : \tau$ of a variable and a type, where the variables are pairwise distinct. The empty sequence is denoted by \bullet . The typing relation $\Gamma \vdash M : \tau$ is the least relation closed under the typing rules.

Syntax:

Terms $M, N, P ::= x \mid (\lambda x.M) \mid (M N) \mid (\iota_1 M) \mid (\iota_2 M) \mid (M? (x)N : (y)P)$
Types $\tau ::= \alpha \mid (\tau_1 \rightarrow \tau_2) \mid (\tau_1 + \tau_2)$

Reduction rules:

$((\lambda x.M) N) \rightarrow M[x := N] \quad ((\iota_i M)? (x_1)N_1 : (x_2)N_2) \rightarrow N_i[x_i := M] \quad (i = 1, 2)$

Typing rules:

$$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \tau_1}{\Gamma \vdash (\iota_1 M) : (\tau_1 + \tau_2)} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\iota_2 M) : (\tau_1 + \tau_2)} \quad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\lambda x.M) : (\tau_1 \rightarrow \tau_2)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : (\tau_1 \rightarrow \tau_2) \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash (M N) : \tau_2} \quad \frac{\Gamma \vdash M : (\tau_1 + \tau_2) \quad \Gamma, x : \tau_1 \vdash N : \tau \quad \Gamma, y : \tau_2 \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (M? (x)N : (y)P) : \tau}$$

- (a) Let τ_1, τ_2 be types. Show a term M such that $\bullet \vdash M : ((\tau_1 + \tau_2) \rightarrow ((\tau_1 \rightarrow \tau_2) \rightarrow \tau_2))$.
- (b) Let $M_1 = (\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((x z) (y z))))))$ and $M_2 = (\lambda x.(\lambda y.x))$. Show that $((M_1 M_2) M_2) M \rightarrow^* M$ holds for any term M .
- (c) Show that the type judgment $\bullet \vdash ((M_1 M_2) M_2) : \tau \rightarrow \tau$ can be derived for any type τ . You may use (A) and (B) below.
- (A) $\Gamma \vdash M_1 : ((\tau_1 \rightarrow (\tau_2 \rightarrow \tau_3)) \rightarrow ((\tau_1 \rightarrow \tau_2) \rightarrow (\tau_1 \rightarrow \tau_3)))$ can be derived for any $\Gamma, \tau_1, \tau_2, \tau_3$.
- (B) $\Gamma \vdash M_2 : (\tau_1 \rightarrow (\tau_2 \rightarrow \tau_1))$ can be derived for any Γ, τ_1, τ_2 .
- (d) State the confluence theorem of this system.

(2) Let p and q range over propositional variables. Logical formulas, ranged over by A and B , are defined by the following BNF: $A, B ::= p \mid (A \supset B) \mid (A \wedge B) \mid (A \vee B)$. The proof system ND is defined by the following inference rules. Γ stands for a finite set of logical formulas.

$$\frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash (A \supset B)} \quad \frac{\Gamma \vdash (A \supset B) \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash (A \wedge B)} \quad \frac{\Gamma \vdash (A \wedge B)}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash (A \wedge B)}{\Gamma \vdash B}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash (A \vee B)} \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash (A \vee B)} \quad \frac{\Gamma \vdash (A_1 \vee A_2) \quad \Gamma \cup \{A_1\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{A_2\} \vdash B}{\Gamma \vdash B} \quad \frac{}{\Gamma \vdash (A \vee (A \supset B))}$$

Give a derivation of each judgment below in ND.

- (a) $\{(p_1 \supset p_2), (p_2 \supset p_3)\} \vdash (p_1 \supset p_3)$ (b) $\emptyset \vdash ((p_1 \wedge (p_2 \vee p_3)) \supset ((p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_3)))$
- (c) $\emptyset \vdash ((p \supset q) \vee (q \supset p))$