

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学者選抜試験問題
(2021年度10月期入学・2022年度4月期入学)

Admissions for October 2021 and for April 2022

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2021年7月31日 13:00 – 16:00

July 31, 2021 13:00 - 16:00

専門基礎A

Problem Set A

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎A」の問題用紙で、表紙共に15枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確かめ、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は9問(A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9)ある。4問を選択して解答すること。 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set A**” in 15 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 9 questions;** A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎 A

A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, A-9 の9問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set A

Choose and answer 4 questions out of A-1, A-2, A-3, A-4, A-5, A-6, A-7, A-8, and A-9.

A-1

下記のすべての問に答えよ。
Answer all the following questions.

- (1) 次の関数 $f(x)$ について以下の問に答えよ。
Answer the following questions with respect to function $f(x)$.

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

- (a) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
Derive the derivative $f'(x)$.
- (b) $f'(1)$ の値を求めよ。
Find the value $f'(1)$.
- (c) $f(x)$ の概形を図示せよ。
Sketch $f(x)$.
- (2) $y = x$ と $y = x^2$ の2つの曲線で囲まれる領域を D として、次の積分 I を求めよ。
Let D be the region that is enclosed by the two curves $y = x$ and $y = x^2$.
Evaluate the following integral I .

$$I = \iint_D x^2 + y^2 \, dx dy$$

- (3) 次の行列 A の固有値および固有ベクトルを求めよ。ただし x は実数とする。
Find the eigenvalues and eigenvectors of the following matrix A , where x is a real number.

$$A = \begin{pmatrix} e^x & e^{-x} \\ e^{-x} & e^x \end{pmatrix}$$

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 関数 $f(t)$ のフーリエ余弦変換は次式で定義される。

Note that the Fourier cosine transform of a function $f(t)$ is defined as

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} f(t) \cos \omega t \, dt$$

また、その逆変換は次式で与えられる。

The inverse Fourier cosine transform is given by

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cos \omega t \, d\omega$$

- (a) 次の関数 $f(t)$ のフーリエ余弦変換を求めよ。

Find the Fourier cosine transform of $f(t)$ defined in the following.

$$f(t) = e^{-mt} \quad (m > 0)$$

- (b) 問 (a) の結果を用いて次の等式が成り立つことを示せ。

Prove the following equation taking the result of Question (a) into account.

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos pv}{v^2 + \beta^2} \, dv = \frac{\pi}{2\beta} e^{-p\beta} \quad (p > 0, \beta > 0)$$

- (2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

Find the general solution of the following differential equation.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + (x^2 - 5)y = x e^{\frac{x^2}{2}}$$

- (3) 留数定理を用いて次の積分 I を求めよ。

Evaluate the following integral I by using the residue theorem.

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{a + \sin \theta} \, d\theta \quad (a > 1)$$

下記のすべての問に答えよ。ただし、導体、導線、電荷等は全て真空中に置かれているものとし、真空中の誘電率、透磁率はそれぞれ ϵ_0 、 μ_0 とする。

Answer all the following questions. All materials in the questions such as conductors, wires, and electric charges are placed in vacuum. The permittivity and permeability of vacuum are ϵ_0 and μ_0 , respectively.

- (1) 図 (a) のように、半径 a の導体球の外側に、半径 b の導体球殻が中心 O を共有するように置かれている。外側の球殻を接地し、内側の導体球に電荷 Q を与えた場合を考える。

As shown in Figure (a), a conducting sphere of radius a and a conducting spherical shell of radius b are placed at the common center O . The outer shell is grounded, and charge Q is given to the inner sphere.

- (a) 中心 O からの距離 r ($a \leq r \leq b$) における電界と電位を求めよ。

Find the electric field and the electric potential at a distance r ($a \leq r \leq b$) from the center O .

- (b) 中心 O からの距離 r ($r > b$) における電界と電位を求めよ。

Find the electric field and the electric potential at a distance r ($r > b$) from the center O .

- (c) 同心球導体間の静電容量 C を求めよ。

Find the electrostatic capacity C between the concentric conductors.

- (d) 問 (a)、問 (b) で求めた電位 V はラプラス方程式を満たすことを示せ。ただし、球座標のラプラス方程式は以下の式で表される。

Show that the electric potentials V obtained in Questions (a) and (b) satisfy Laplace equation. Laplace equation in spherical coordinates is given by the following equation.

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0$$

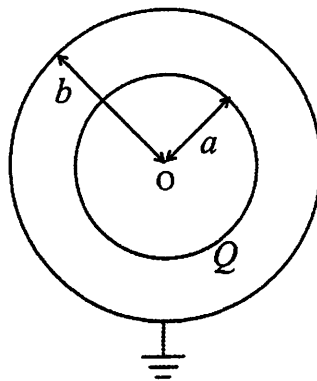


図 (a)
Figure (a)

- (2) 図 (b) のように、無限に長い 2 本の平行導線 A と B が間隔 d で置かれており、導線 A には電流 I が紙面の表から裏の向きに、導線 B には電流 I が紙面の裏から表の向きに流れている。図中の点 P の導線 A、B からの距離をそれぞれ a 、 b とする。

As shown in Figure (b), two infinitely long parallel wires A and B are placed with a distance d . The current I along A flows into the page, and the current I along B flows out of the page. The distance between the point P in the figure and the wires A and B are a and b , respectively.

- (a) 導線 A、B に対して単位長当たり働く力の大きさをそれぞれ求め、向きを図示せよ。
Find the forces on the wires A and B per unit length, respectively, and draw the directions of the forces.
- (b) 導線 A、B に流れる電流が作る磁界をそれぞれ H_A 、 H_B とする。点 P における H_A 、 H_B の大きさをそれぞれ求め、向きを図示せよ。
Let H_A and H_B be the magnetic fields due to the currents that flow along A and B, respectively. Find the magnitudes of H_A and H_B at the point P, and draw the directions of H_A and H_B .
- (c) 点 P における H_A と H_B の合成磁界 H の大きさ H は次式で表せることを示せ。
Show that the magnitude H of the total magnetic field H at the point P, which is the vector sum of H_A and H_B , is given by the following equation.

$$H = \frac{Id}{2\pi ab}$$

- (d) 導線 A、B に流れる電流による点 P におけるベクトルポテンシャルは、紙面の裏から表に向かう成分 A_z のみを持ち、次式で与えられる。ベクトルポテンシャルから計算した点 P における磁界の大きさが、問 (c) の磁界の大きさ H に一致することを示せ。

The vector potential at the point P due to the currents that flow along A and B has a component A_z only, which is directed out of the page and given by the following equation. Show that the magnitude of the magnetic field at the point P calculated from the vector potential is equivalent to H given in Question (c).

$$A_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \log \frac{a}{b}$$

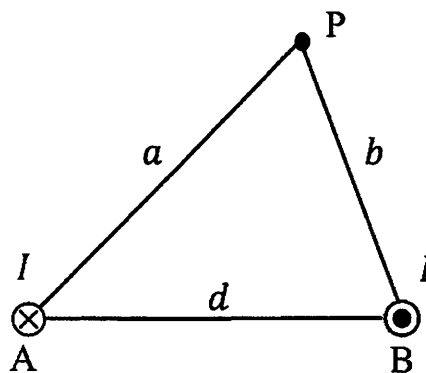


図 (b)
Figure (b)

A-4

下記のすべての間に答えよ。
Answer all the following questions.

(1) 図(a)に示す交流回路について、以下の間に答えよ。なお電源の角周波数を ω とし、 $L_1L_2 > M^2$ とする。
For the AC circuit shown in Figure (a), answer all the questions. Note that angle frequency of the voltage source is ω , and $L_1L_2 > M^2$.

(a) 電流 I_1 と I_2 を求めよ。
Find current I_1 and I_2 .

(b) I_1 と I_2 について、 $|I_1| = |I_2|$ かつ位相差が $\pi/2$ となる条件を求めよ。
Find the condition at which $|I_1| = |I_2|$ and the phase difference between I_1 and I_2 becomes $\pi/2$.

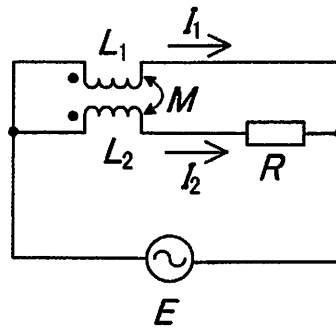


図 (a)
Figure (a)

(2) 以下の項目について知るところを述べよ。
Explain the meanings of the terms below.

- (a) 負帰還
Negative feedback
- (b) インピーダンス整合
Impedance matching
- (c) 重ね合わせの原理
Principle of superposition

(3) 図(b)に示す理想的な演算増幅器を用いた回路について、以下の問に答えよ。

For the circuit with ideal operational amplifiers shown in Figure (b), answer the following questions.

(a) V_4/V_3 と V_3/V_2 を求めよ。

Find V_4/V_3 and V_3/V_2 .

(b) V_2/V_1 を求めよ。

Find V_2/V_1 .

(c) V_3/V_1 を求めよ。

Find V_3/V_1 .

(d) V_4/V_1 を求めよ。

Find V_4/V_1 .

(e) この回路はバンドパスフィルタ、ローパスフィルタ、ハイパスフィルタとしての機能を備えている。 V_2 , V_3 , V_4 の機能を述べよ。

This circuit works as band-pass filter, low-pass filter, and high-pass filter. Explain functions of V_2 , V_3 , and V_4 .

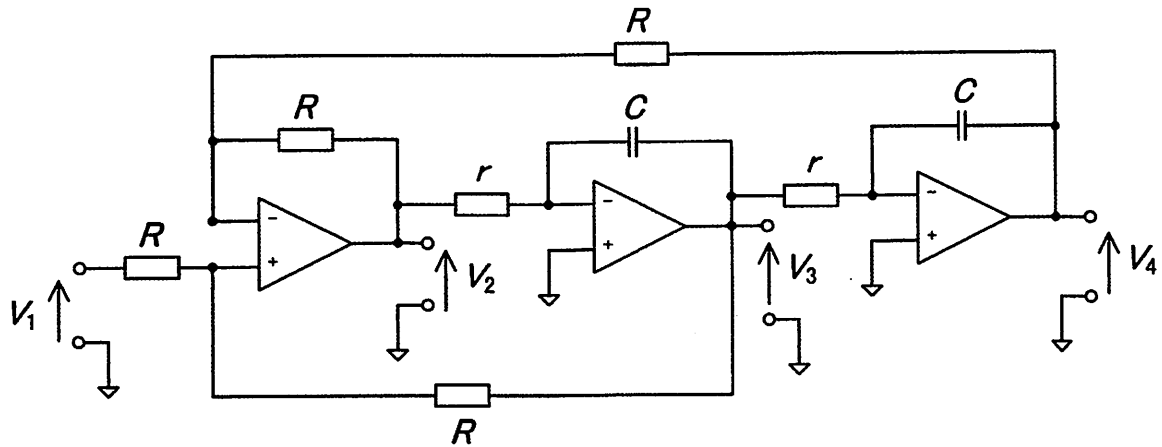


図 (b)
Figure (b)

下記のすべての間に答えよ。(English translation is given below.)

- (1) 記憶のない定常情報源 S は、情報源記号 A, B, C, D, E を、それぞれ確率 0.4, 0.2, 0.16, 0.16, 0.08 で発生させる。下記の問題に答えよ。 $\log_2 3 = 1.6$, $\log_2 5 = 2.3$ を用いてよい。
- S に 2 元ハフマン符号化を施せ。
 - 瞬時符号の定義を述べよ。
 - 問 (a) の符号について、情報源記号 1 つあたりの平均符号長を求めよ。
 - S のエントロピーを求めよ。
- (2) 下記の通信路符号化に関する問題に答えよ。ただし、符号 C_1 及び C_2 は、生成多項式がそれぞれ $G_1(x) = x^4 + x + 1$, $G_2(x) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ である符号長 15 の 2 元巡回符号とする。
- 多項式表現 $x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1$ で表される符号語は、 C_1 の符号語か否か判定せよ。
 - 多項式表現 $x^3 + x^2 + 1$ の情報ビット列が与えられた場合の C_1 の符号語の多項式表現を組織符号の形で示せ。
 - C_1 の最小距離を求めよ。
 - C_1 を用いる場合に、何 bit の誤りを訂正できるか求めよ。
 - C_1 に対する C_2 の利害得失を説明せよ。
 - C_2 を用いる場合に、誤りを訂正する方法について述べよ。

Answer all the following questions.

- (1) A stationary memoryless information source S generates information symbols A, B, C, D, and E with probabilities 0.4, 0.2, 0.16, 0.16, and 0.08, respectively. Answer the following questions. $\log_2 3 = 1.6$ and $\log_2 5 = 2.3$ may be used.
- Find a binary Huffman code of S .
 - Describe the definition of instantaneous codes.
 - Find the expected codeword length per symbol of the code in Question (a).
 - Find the entropy of S .
- (2) Answer the following questions related to channel coding. Let C_1 and C_2 be binary cyclic codes of length 15 with generator polynomials $G_1(x) = x^4 + x + 1$ and $G_2(x) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$, respectively.
- Determine whether $x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1$ is a codeword polynomial of C_1 or not.
 - Find the codeword polynomial of C_1 for the message polynomial $x^3 + x^2 + 1$ in a systematic form.
 - Find the minimum distance of C_1 .
 - Find how many bit errors C_1 can correct.
 - Explain the advantage(s) and disadvantage(s) of C_2 over C_1 .
 - Explain how to correct errors with C_2 .

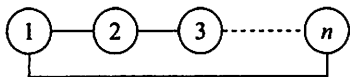
A-6

以下の問(1)~(3)に全て答えよ。
 Answer all the following questions (1)-(3).

- (1) 無向グラフのデータ構造として、頂点同士の隣接関係を 0,1 で表す「隣接行列」と、頂点と辺の接続関係を 0,1 で表す「接続行列」がある。これらについて以下の問いに答えよ。(なお、自己ループや多重辺は考えないものとする。)
 As the data structures for undirected graphs, we often use the *adjacency matrix* (representing adjacency relations between pairs of nodes) and the *incidence matrix* (representing connections between a node and an edge). Answer the following questions. (Here, we do not consider self-loops and multi-edges.)

- (a) 下図のような n 頂点のサイクルグラフに対して、隣接行列と接続行列がどのような行列で表されるかを説明せよ。

Explain how an adjacency matrix and an incidence matrix are structured for a cycle graph of n nodes as shown below.



- (b) n 頂点の完全グラフに対して、隣接行列と接続行列がどのような行列で表されるかを説明せよ。

Explain how an adjacency matrix and an incidence matrix are structured for a complete graph of n nodes.

- (c) 隣接行列で表された任意の無向グラフを与えられたときに、その補グラフの隣接行列を生成する手順を簡潔に述べよ。

Briefly describe a procedure to generate the adjacency matrix of the complement graph for any given undirected graph represented by an adjacency matrix.

- (d) 接続行列で表された任意の無向グラフを与えられたときに、その補グラフの接続行列を生成する手順を簡潔に述べよ。

Briefly describe a procedure to generate the incidence matrix of the complement graph for any given undirected graph represented by an incidence matrix.

- (2) 下記の疑似コード something について、以下の問いに答えよ。なお整数除算では小数点以下切り捨てとする。

Answer the following questions about the procedure “something” shown in the pseudo code below. Here we assume that non-integers are rounded down in integer division.

```

something(int n) {
    if(n < 0) something(-n);
    else {
        int k = n / 3;
        if(k > 0) something(k);
        print (n - (k * 3));
    }
}
    
```

- (a) 引数 n が 5, 10, -25 のそれぞれの場合について、something が出力する数字列を示せ。
 What are the output sequences when “something” is invoked with $n = 5$, $n = 10$, and $n = -25$, respectively?

- (b) something は、引数 n に対してどのような数字列を出力するか、簡潔に説明せよ。
 Briefly explain what sequences will be printed for any given n .

- (c) something が呼出される回数と引数 n との関係について説明せよ。
 How many times will “something” be called for any given value of n ?

- (3) クイックソートのアルゴリズムの基本的手順を述べ、その時間計算量について論ぜよ。
 Describe the quick sort algorithm, and discuss its time complexity.

下記のすべての間に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 2進表現について、以下の間に答えよ。

(a) 次の10進数を8ビットの2の補数表現で表せ。

(i) +80

(ii) -48

(b) 次の8ビットの2の補数表現の2進数を8ビットの符号付き絶対値表現に変換せよ。

(i) 10111000

(ii) 11000111

(c) 次の8ビットの符号付き絶対値表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ。

(i) 10111000 + 11000111

(ii) 10111000 - 11000111

(d) 次の8ビットの2の補数表現の2進数体系での加算および減算の結果を示せ。

(i) 10111000 + 11000111

(ii) 10111000 - 11000111

(e) 2の補数表現の2進数の符号拡張について説明せよ。

(2) 命令やデータのメモリ内での配置における整列化制約について説明せよ。

(3) 以下の同じ命令セットアーキテクチャの三つのプロセッサにおいて、実行命令数が10,000,000で、そのうち10%が条件分岐命令であるプログラムを実行した場合の計算時間を求めよ。条件分岐命令の60%で条件が成立するものとする。

(a) クロック・サイクル時間が2nsの単一サイクル方式のプロセッサ。

(b) クロック・サイクル時間が500psの5段パイプライン方式のプロセッサ。
ただし、条件分岐命令で条件が成立した場合、1サイクルストールする。

(c) クロック・サイクル時間が400psの8段パイプライン方式のプロセッサ。
ただし、条件分岐命令で条件が成立した場合、2サイクルストールする。

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions on binary number representations.

(a) Express the following decimal numbers in the 8-bit two's complement representation.

(i) +80

(ii) -48

(b) Convert the following 8-bit two's complement binary numbers into the 8-bit sign-and-magnitude binary representation.

(i) 10111000

(ii) 11000111

(c) Show the results of the following addition and subtraction in the 8-bit sign-and-magnitude binary number system.

(i) 10111000 + 11000111

(ii) 10111000 - 11000111

(d) Show the results of the following addition and subtraction in the 8-bit two's complement binary number system.

(i) 10111000 + 11000111

(ii) 10111000 - 11000111

(e) Explain 'sign extension' of a two's complement binary number.

(2) Explain 'alignment restriction' on the arrangement of instructions and data in memory.

(3) Show the execution time of a program of 10,000,000 executed instructions, 10% of which are conditional branch instructions, on the following three processors with the same instruction set architecture. The condition is taken for 60% of the conditional branch instructions.

(a) Single-cycle implementation with clock cycle time of 2 ns.

(b) 5-stage pipelined implementation with clock cycle time of 500 ps which stalls one cycle for a conditional branch instruction when the condition is taken.

(c) 8-stage pipelined implementation with clock cycle time of 400 ps which stalls two cycles for a conditional branch instruction when the condition is taken.

A-8

下記の全ての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) プログラミング言語に関連する以下の用語について、プログラム例を使って説明せよ。

- (a) 例外
- (b) 末尾再帰

(2) 以下の空欄 [1]~[9] を選択肢 (i)~(xviii) を使って埋め、以下に示す(架空の)プログラミング言語 KAO の式についての説明を完成させよ。答案には各空欄に入る選択肢の記号を書くこと。

KAO 言語における式の構文は以下の BNF の非終端記号 E で与えられる。終端記号は, T , $($, $)$, $_$, $*$, $;$, と(タイプライター体の)英小文字である。

$$x \in Ident = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$$

$$A ::= T | x | (E)$$

$$B ::= A | B A$$

$$C ::= B | B _ C$$

$$D ::= C | D * C$$

$$E ::= D | E ;$$

$Ident$ は識別子の集合で、識別子は英小文字である。式を構成する要素には、定数記号 T 、識別子 x 、[1] 置演算子 $_$ と $*$ 、[2] 置演算子 $;$ がある。ふたつの式を並べたものは関数呼出しで、例えば fT は、関数 f を引数 T で呼び出す式である。 $()$ は部分式のまとまりを表すために使われる。演算子を結合の強い順に並べると、[3]、[4]、[5] で、 $_$ は [6] 結合、 $*$ は [7] 結合である。例えば、式 $f(T_T);$ と同じ意味を持つ式は [8] である。また、式 $i*x*iT_T;$ と同じ意味を持つ式は [9] である。

選択肢

- | | | |
|---------|-------------------|-----------------------------|
| (i) 上 | (vii) 中 | (xiii) $(fT)_ (T;)$ |
| (ii) 下 | (viii) $_$ | (xiv) $(i*x)*((iT)_ (T;))$ |
| (iii) 左 | (ix) $*$ | (xv) $(i*(x*i))((T_T);)$ |
| (iv) 右 | (x) $;$ | (xvi) $((i*x)*((iT)_ T));$ |
| (v) 前 | (xi) $(f(T_T));$ | (xvii) $((i*(x*i))T)_ T;$ |
| (vi) 後 | (xii) $f((T_T);)$ | (xviii) $(i*x)*(i((T_T);))$ |

(3) 高階関数をオブジェクトを使って表現する方法について論ぜよ。

Answer all the following questions.

(1) Explain the following terms related to programming languages, using program examples.

- (a) exceptions
- (b) tail recursion

(2) Complete the following explanation about expressions in the (hypothetical) programming language called KAO, by filling each blank [1], ..., [9] with a choice from (i)–(xviii) below. Write down your choice for each blank on the answer sheet.

Expressions in KAO are given by the nonterminal symbol E of the following BNF. Terminal symbols are “T”, “(”, “)”, “_”, “*”, “;”, and lowercase letters (in the typewriter font).

$$\begin{aligned}
 x &\in Ident = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\} \\
 A &::= T \mid x \mid (E) \\
 B &::= A \mid B A \\
 C &::= B \mid B _ C \\
 D &::= C \mid D * C \\
 E &::= D \mid E ;
 \end{aligned}$$

The set of identifiers $Ident$ is ranged over by x and consists of the lowercase letters. An expression is built from a constant symbol “T”; an identifier x ; [1] fix operators “_” and “*”; [2] fix operator “;”; and a function call, which is depicted by juxtaposition of two expressions (for example, “fT” calls function f with the argument T). A pair () of parentheses are used to delimit a subexpression explicitly. The operator “[3]” has higher precedence than “[4]”, which in turn has higher precedence than “[5]”. The operator “_” is [6]-associative and “*” is [7]-associative. Expression “f(T_T);” has the same meaning as “[8]” and “i*x*iT_T;” as “[9]”.

Choices

- | | | |
|------------|-----------------|---------------------------|
| (i) up | (vii) in | (xiii) (fT)_(T;) |
| (ii) down | (viii) _ | (xiv) (i*x)*((iT)_(T;)) |
| (iii) left | (ix) * | (xv) (i*(x*i))((T_T);) |
| (iv) right | (x) ; | (xvi) ((i*x)*((iT)_T)); |
| (v) pre | (xi) (f(T_T)); | (xvii) (((i*(x*i))T)_T); |
| (vi) post | (xii) f((T_T);) | (xviii) (i*x)*(i((T_T);)) |

(3) Discuss how higher-order functions can be represented by using objects.

(English translation is given on the next page.)

本問題で扱うグラフはすべて無向グラフであるとし、自己ループや多重辺を持たないとする。グラフ G の頂点集合を $V(G)$ と表記する。 $V(G)$ の要素数は有限であるとする。 G の頂点集合 $S (\subseteq V(G))$ について、 $G-S$ を、 S に含まれるすべての頂点と、それらの頂点に接続する辺を、 G から削除したグラフと定義する。 $c(G)$ を、 G の連結成分の個数と定義する。 G のハミルトン閉路とは、 $V(G)$ のすべての頂点をちょうど1回ずつ通る G 上の閉路である。グラフ G_a, G_b を図 (a) で示すグラフとする。

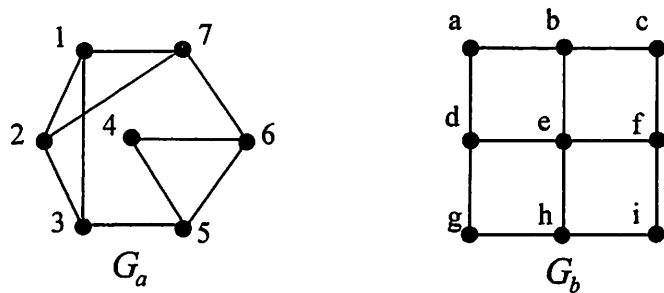


図 (a)

下記のすべての問に答えよ。

- (1) G_a と G_b 上のハミルトン閉路をそれぞれすべて求めよ。ハミルトン閉路が存在しない場合は「存在しない」と書くこと。答えは図で曖昧なく描くこと。
- (2) 「二部グラフ」の数学的な定義を述べよ。
- (3) G_a と G_b は二部グラフであるか否かをそれぞれ答えよ。
- (4) 頂点数が奇数の二部グラフにはハミルトン閉路が存在しないことを証明せよ。
- (5) グラフ G にハミルトン閉路が存在するならば、任意の空でない頂点集合 $S (\subseteq V(G))$ について、 $c(G-S) \leq |S|$ が成り立つことを証明せよ。ここで、 $|S|$ は S の要素数を表す。
- (6) 以下の定理を考える。「グラフ G について、 $|V(G)| \geq 3$ とする。隣接していない任意の2頂点 $v, w \in V(G)$ について $d(v) + d(w) \geq |V(G)|$ が成り立つならば、 G はハミルトン閉路をもつ。ここで $d(v)$ は v の次数である。」

この定理を背理法を用いて証明する。以下の条件を満たすグラフ G_1 が存在すると仮定する。 $|V(G_1)| \geq 3$ を満たし、隣接していない任意の2頂点 $v, w \in V(G_1)$ について $d(v) + d(w) \geq |V(G_1)|$ が成り立ち、 G_1 はハミルトン閉路をもたない。 $i = 1, 2, \dots$ について、ハミルトン閉路をもたないように、 G_i に任意に辺を1本追加したグラフを G_{i+1} とする。この構成により、グラフ G_1, G_2, \dots, G_k が得られる。ここで、 G_k はハミルトン閉路をもたず、 G_k にどのように辺を1本追加してもハミルトン閉路をもつグラフになるとする。

下記のすべての問に答えよ。

- (a) G_k にはすべての頂点をちょうど1度ずつ通るパス（経路）が存在する。その理由を述べよ。
- (b) G_k のすべての頂点をちょうど1度ずつ通るパスを（頂点を並べて） v_1, \dots, v_n とする。ここで、 $n = |V(G_k)|$ である。 $d(v_1) + d(v_n) \geq |V(G_k)|$ を導出せよ。
- (c) 定理の証明を完成させよ。

Assume that all graphs appearing in this problem are undirected and have neither self-loops nor parallel edges. For a graph G , let $V(G)$ denote the vertex set of G . Assume that the cardinality of $V(G)$ is finite. For a vertex subset $S (\subseteq V(G))$ of G , let $G - S$ be the graph obtained by removing all the vertices in S and all the edges incident to these vertices. Let $c(G)$ be the number of connected components of G . A Hamiltonian cycle of G is a cycle that visits every vertex in $V(G)$ exactly once. Let G_a and G_b be the graphs shown in Figure (a).

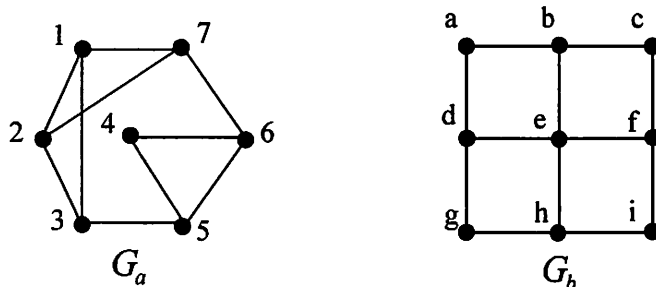


Figure (a)

Answer all the following questions.

- (1) Find all the Hamiltonian cycles in each of G_a and G_b . If a graph has no Hamiltonian cycle, write “no Hamiltonian cycle.” Illustrate your answer clearly.
- (2) Write a mathematical definition of a “bipartite graph.”
- (3) Is G_a a bipartite graph? Is G_b a bipartite graph?
- (4) Prove that every bipartite graph with an odd number of vertices has no Hamiltonian cycle.
- (5) Prove that if G has a Hamiltonian cycle then for any nonempty vertex set $S (\subseteq V(G))$, $c(G - S) \leq |S|$ holds, where $|S|$ is the number of elements in S .
- (6) Consider the following theorem. “For a graph G , suppose that $|V(G)| \geq 3$. If $d(v) + d(w) \geq |V(G)|$ holds for every pair of non-adjacent vertices $v, w \in V(G)$, then G has a Hamiltonian cycle, where $d(v)$ is the degree of v .”

Let us prove this theorem by contradiction. Suppose that there exists a graph G_1 with $|V(G_1)| \geq 3$ such that for any two non-adjacent vertices $v, w \in V(G_1)$, $d(v) + d(w) \geq |V(G_1)|$ holds, and such that G_1 has no Hamiltonian cycle. For $i = 1, 2, \dots$, let G_{i+1} be the graph obtained by arbitrarily adding an edge to G_i so that G_{i+1} still has no Hamiltonian cycle. By this process, we obtain graphs G_1, G_2, \dots, G_k , where G_k has no Hamiltonian cycle, and any graph obtained by arbitrarily adding an edge to G_k has a Hamiltonian cycle.

Answer all the following questions.

- (a) G_k has a path that visits every vertex exactly once. What is the reason?
- (b) Let v_1, \dots, v_n be the sequence of vertices on a path in G_k that visits every vertex exactly once, where $n = |V(G_k)|$. Derive $d(v_1) + d(v_n) \geq |V(G_k)|$.
- (c) Complete the proof of the theorem.

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学者選抜試験問題
(2021年度10月期入学・2022年度4月期入学)

Admissions for October 2021 and for April 2022

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2021年8月1日 9:00-12:00

August 1, 2021 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎B
Problem Set B

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
 2. これは「**専門基礎B**」の問題用紙で、表紙共に16枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
 3. 問題は8問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8)ある。**4問を選択して解答すること。** 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
 4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
 5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
 6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
 7. 解答は日本語または英語で行うこと。
1. Do not open the pages before a call for starting.
 2. This is the “**Problem Set B**” in 16 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
 3. **Answer 4 of the following 8 questions;** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, and B-8. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
 4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
 5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
 6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
 7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

B-1, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**の8問から4問を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer 4 questions out of **B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, and **B-8**.

B-1

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

- (1) 下記のデジタル伝送技術に関する問に答えよ.
 - (a) 最高周波数が16 kHzのオーディオ信号を、16ビット量子化によりPCM (Pulse Code Modulation) 伝送する。必要なビット速度を求めよ。
 - (b) 問(a)のビット列を、16QAM (Quadrature Amplitude Modulation) で伝送する場合に必要なシンボル速度を求めよ。
 - (c) 遅延時間差が20 μ sである2波を持つ伝搬路の周波数伝達関数を示せ。
 - (d) 問(a)のビット列を、サブキャリアの変調方式が16QAMであるOFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号として、問(c)の伝搬路で伝送する。シンボル間干渉なく、ガードインターバル長をOFDMシンボル長の20%以下とするために必要な最低限のサブキャリア数を求めよ。なお、OFDMシンボルは、ガードインターバルと有効シンボルで構成される。
 - (e) NRZ (Non-Return-to-Zero) と位相符号化をそれぞれ説明せよ。それぞれの利点が明確になるようにすること。
- (2) 最大システム内呼数が3であり、サーバ数が3である待ち行列M/M/3/3システムにおける呼の到着を考える。 λ [呼/秒] と μ [呼/秒] は、それぞれ到着率とサービス率である。 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ とする。システム内の呼数が n である確率を $p(n)$ とする。以下の問に答えよ。
 - (a) 状態遷移図を示せ。
 - (b) 平衡状態方程式を示せ。
 - (c) $p(0)$, $p(1)$, $p(2)$, および $p(3)$ を ρ を用いて求めよ。
 - (d) 呼が損失する確率 (ブロッキング率) を ρ を用いて求めよ。
 - (e) システム内平均呼数を ρ を用いて求めよ。
 - (f) 平均システム内滞在時間を ρ と λ を用いて求めよ。

continued on next page
次 頁 ^ 続 <

Answer all the following questions.

- (1) Answer the following questions related to digital transmission techniques.
 - (a) Find the required bit rate of Pulse Code Modulation (PCM) transmissions using 16-bit quantization to transmit an audio signal with frequency up to 16 kHz.
 - (b) Find the required symbol rate to transmit the bit stream of Question (a) by 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation).
 - (c) Find the frequency transfer function of the channel with two paths of $20 \mu\text{s}$ delay time difference.
 - (d) Suppose Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) transmissions with 16QAM subcarrier modulation of the bit stream in Question (a) over the channel in Question (c). Find the minimum number of subcarriers in order for the guard interval to be less than or equal to 20% of the OFDM symbol without inter-symbol interference. Note that an OFDM symbol consists of guard interval and effective symbols.
 - (e) Explain each of Non-Return-to-Zero (NRZ) and phase encoding so that the advantages of each are clear.
- (2) Consider call arrivals at the M/M/3/3 queuing system, where the maximum number of calls is three and the number of servers is three. λ [call/second] and μ [call/second] are arrival and service rates, respectively. ρ is defined as $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. $p(n)$ is the probability that the number of calls in the system is n . Answer the following questions.
 - (a) Draw the state transition diagram.
 - (b) Show the equilibrium state equations.
 - (c) Find $p(0)$, $p(1)$, $p(2)$, and $p(3)$ by using ρ .
 - (d) Find the probability that a call is lost, i.e., blocking probability, by using ρ .
 - (e) Find the average number of calls in the system by using ρ .
 - (f) Find the average sojourn time in the system by using ρ and λ .

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 変調に関する以下の問に答えよ。

搬送波信号 $c(t)$ とベースバンド信号 $s(t)$ は次式で与えられる。

$$c(t) = A \cos 2\pi f_c t \quad (1)$$

$$s(t) = m \cos 2\pi f_m t \quad (2)$$

ただし A , m は定数, f_c は搬送波の周波数, f_m はベースバンド信号の周波数であり, $0 < f_m \ll f_c$ とする。

- (a) 式(1), (2)を用いて, 振幅変調 (AM) 信号 $u_{AM}(t)$, 両側波帯変調 (DSB-SC) 信号 $u_{DSB}(t)$ について式を導出せよ。
- (b) DSB-SC 信号 $u_{DSB}(t)$ のフーリエ変換 $U_{DSB}(f)$ を導出し, 周波数スペクトル $U_{DSB}(f)$ を図示せよ。
- (c) $m = 1$ の場合, AM 信号 $u_{AM}(t)$ の全電力に対する側帯波電力の比 η_{AM} を導出せよ。
- (d) DSB-SC 信号 $u_{DSB}(t)$ を同期検波方式により復調する受信機の構成を図と数式を用いて詳細に説明せよ。

(2) 次に示す変調信号 $y(t)$ に関する以下の問に答えよ。

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t - kT) \cos 2\pi f_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t - kT) \sin 2\pi f_c t$$

ここで, f_c は搬送波周波数, $p(t)$ は送信パルス波形, T はシンボル間隔 ($f_c \gg 1/T$), $i[k] \in \{-1, 1\}$ および $q[k] \in \{-1, 1\}$ はそれぞれ同相チャネルと直交チャネルの情報系列とする。

- (a) 送信パルス波形にロールオフファクタ α のルートレイズドコサインパルスを用いる場合, $p(t)$ の周波数伝達関数を式で示せ。
- (b) 問(a)において, $\alpha = 0$ とした場合の両側帯域幅を示せ。
- (c) $y(t)$ の変調方式の名称を答え, この変調方式についてグレイ符号を用いたマッピング例を示し, グレイ符号を用いる利点を述べよ。
- (d) 整合フィルタ受信を説明せよ。また, 整合フィルタ受信を行うための受信フィルタのインパルス応答を $h(t)$ としたとき, $p(t)$ と $h(t)$ との関係式を根拠とともに示せ。

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to modulation schemes.

The carrier signal $c(t)$ and the baseband signal $s(t)$ are given by the following equations:

$$c(t) = A \cos 2\pi f_c t \quad (1)$$

$$s(t) = m \cos 2\pi f_m t \quad (2)$$

where A and m are constant values, f_c is the frequency of the carrier signal, f_m is the frequency of the baseband signal, and $0 < f_m \ll f_c$.

- (a) Derive the amplitude modulation (AM) signal $u_{AM}(t)$ and the double sideband with suppressed carrier (DSB-SC) signal $u_{DSB}(t)$ by using Equations (1) and (2).
- (b) Derive $U_{DSB}(f)$ which is the Fourier transform of the DSB-SC signal $u_{DSB}(t)$. Show the frequency spectrum of $U_{DSB}(f)$ by using figures.
- (c) Find η_{AM} which is the ratio of the sideband signal power to the total power of the AM signal $u_{AM}(t)$ in the case of $m = 1$.
- (d) Explain the receiver which adopts a coherent detection scheme for DSB-SC signal $u_{DSB}(t)$ by using figures and equations in detail.

(2) Answer the following questions related to the modulated signal $y(t)$ shown below:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t - kT) \cos 2\pi f_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t - kT) \sin 2\pi f_c t$$

where f_c is the frequency of the carrier, $p(t)$ is the transmit pulse shape, T is the symbol duration ($f_c \gg 1/T$), and $i[k] \in \{-1, 1\}$ and $q[k] \in \{-1, 1\}$ are the information sequences of in-phase channel and quadrature channel, respectively.

- (a) Assuming transmit pulse shape is the root raised cosine pulse with the roll-off factor α , find the frequency transfer function of $p(t)$.
- (b) In Question (a), show the double-sided bandwidth when $\alpha = 0$.
- (c) Answer the name of the modulation scheme used for $y(t)$, draw a mapping with Gray code for this modulation scheme, and describe the advantages of using Gray code.
- (d) Explain matched filter reception. Furthermore, assuming $h(t)$ is the impulse response of the receive filter when matched filter reception is employed in the receiver, show the relation between $p(t)$ and $h(t)$ with reason.

B-3

図(a)に示す座標系の原点 O に、z 軸方向に置かれた長さ l の微小ダイポールアンテナ D に z 軸に沿って電流 $Ie^{j\omega t}$ が流れている。ただし媒質は真空とし、その固有インピーダンスを 120π とする。下記のすべての間に答えよ。

Suppose that a current $Ie^{j\omega t}$ along z-axis flows in an infinitesimal dipole antenna D with length l which is located in the direction of z-axis at the origin O of the coordinate system shown in Figure (a). Here the medium is vacuum, and its intrinsic impedance is given by 120π . Answer all the following questions.

- (1) ベクトルポテンシャルが次式で与えられるとき、任意の点における電界および磁界の極座標系における各成分を求めよ。

When the vector potential is given by the following equation, give all the components of the electric and magnetic fields in polar coordinates at any point.

$$A(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu_0 I l}{4\pi r} e^{-jkr} (\cos\theta \mathbf{e}_r - \sin\theta \mathbf{e}_\theta)$$

必要であれば、以下で示す回転の極座標系表現を用いてもよい。

You may use vector rotation in polar coordinates given by the following formula if you need.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial\theta} (A_\varphi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi} \right\} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right\} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta} \right\} \mathbf{e}_\varphi$$

- (2) アンテナ D からの放射電力を求めよ。

Give the radiated power from antenna D.

- (3) アンテナ D の放射抵抗を求めよ。

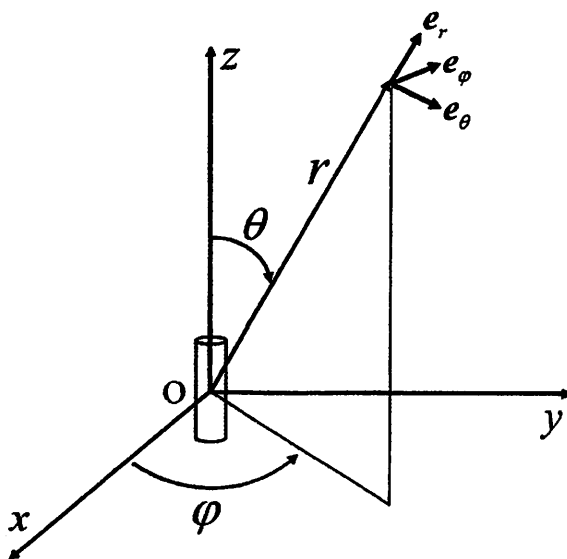
Give the radiation resistance of antenna D.

- (4) アンテナ D の絶対利得を求めよ。

Give the absolute gain of antenna D.

- (5) アンテナ D と同じ特性を持つ 2 本のアンテナを z 軸方向に 1 波長離して設置し、これらを同位相、同振幅の電流で励振したとする。このときの十分遠方における指向性を与える式を示せ。

Suppose that two antennas with the same characteristics as antenna D are placed along z-axis at a distance of a wavelength, and excited by currents with equal phase and amplitude. Show the formula that gives the directivity for this case at a sufficiently distant point.



図(a)
Figure (a)

下記のすべての問に答えよ。 $\bar{\quad}$ は論理否定、 \cdot は論理積、 $+$ は論理和、 \oplus は排他的論理和を表す。

Answer all the following questions. $\bar{\quad}$, \cdot , $+$, and \oplus denote logical negation, logical and, logical or, and exclusive or, respectively.

- (1) 以下に示す論理関数 f について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the logic function f defined below.

$$f = (a + \bar{b} + d) \cdot (a + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{b} + \bar{c} + d) \cdot (\bar{a} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d})$$

- (a) 論理関数 f の最小積和形表現を求めよ。
Give a minimum sum-of-products expression of f .
- (b) 論理関数 f の最小和積形表現を求めよ。
Give a minimum product-of-sums expression of f .
- (c) 3入力 NAND ゲートのみを用いて、論理関数 f を出力とするゲート数最小の論理回路を示せ。なお、入力として、 a 、 b 、 c 、 d およびそれらの否定 \bar{a} 、 \bar{b} 、 \bar{c} 、 \bar{d} が与えられるものとする。

Derive a logic circuit that realizes f with the minimum number of 3-input NAND gates only. Assume a , b , c , d and their complements \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} are available as inputs.

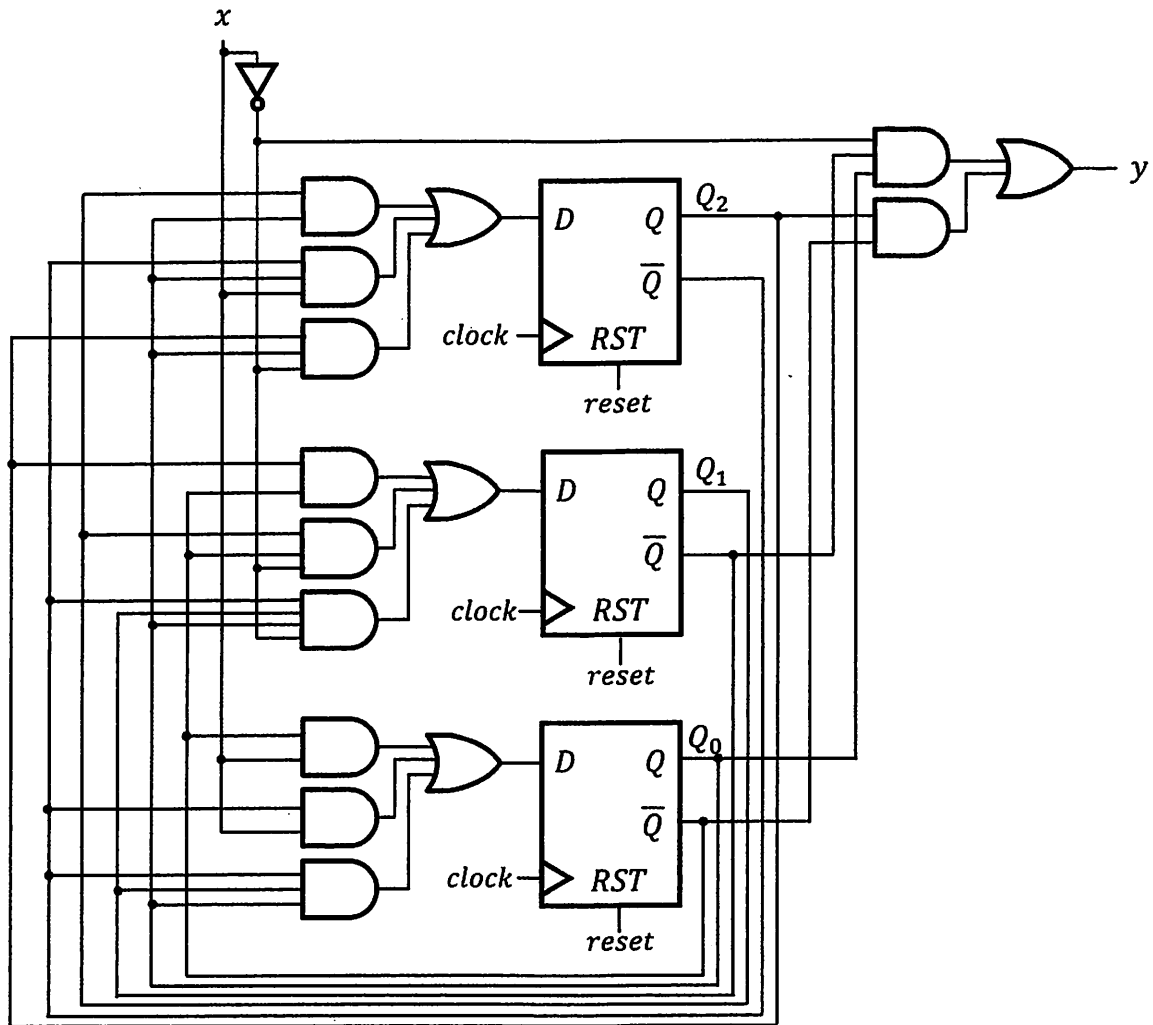
- (d) 論理関数 $g = b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b}$ 、 $r = b \cdot \bar{c} \cdot d$ を考える。 $f = (g \oplus h) + r$ を満足するすべての論理関数 h の中から、積項数が最小でリテラル数が最も少ない積和形論理式を持つ論理関数の最小積和形表現を求めよ。
Assume logic functions $g = b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b}$ and $r = b \cdot \bar{c} \cdot d$. Among all the logic functions of h that satisfies $f = (g \oplus h) + r$, derive a minimum sum-of-products expression of a logic function that has the minimum number of product terms with the minimum number of literals in its minimum sum-of-products form.

- (2) 図 (a) に示す入力 x と出力 y を持つ順序回路について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the sequential circuit with an input of x and an output of y depicted in Figure (a).

- (a) 状態遷移出力表を示せ。リセットされた状態を初期状態とし、初期状態から回路を動作させても到達できない状態は記載しないこと。
Derive a state transition and output table. Suppose that the reset state is the initial state. Exclude the states that cannot be reached from the initial state in the circuit operation.
- (b) 問 (a) で求めた状態遷移出力表について、状態数が最小であるか答えよ。最小でない場合には、等価な状態の組を示せ。

Answer whether the number of states is minimum regarding the state transition and output table derived in Question (a). If it is not minimum, derive sets of equivalent states.



⊗ (a)

Figure (a)

B-5

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 下記のプロセススケジューリングに関する問に答えよ。

Answer the following questions related to process scheduling.

CPU と外部記憶をそれぞれ 1 つずつ有するシステムで P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 の 5 つのプロセスを実行する場合を考える。 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 は実行完了までに、それぞれ 10 ミリ秒、5 ミリ秒、2 ミリ秒、3 ミリ秒、4 ミリ秒の CPU 時間を要求する。また、 P_3, P_4, P_5 は CPU での処理が完了した後に 5 ミリ秒の外部記憶アクセスを要求する。システムの実行開始時点で実行可能待ち行列は先頭から P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 の順で埋められている。外部記憶は first-in first-out でスケジューリングされ、CPU と独立に動作でき、外部記憶装置のコンテキストスイッチに掛かる時間は無視できるとする。

例えば、CPU のコンテキストスイッチに要する時間を 0.3 ミリ秒と仮定し、CPU スケジューリングに first-in first-out を用いた時の P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 のスケジューリング結果は表 (a) の様になる。

Consider the case where five processes, $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 , are executed in a system with one CPU and one external storage device. $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 require 10 ms, 5 ms, 2 ms, 3 ms, and 4 ms of CPU time, respectively, to complete their execution. In addition, $P_3, P_4,$ and P_5 require 5 ms of external memory access after CPU processing is completed. At the start of system execution, the executable queue is filled from the top in the order of $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 . It is assumed that external storage is scheduled first-in first-out, can operate independently of the CPU, and the time taken for context switching of the external storage can be ignored.

For example, assuming that the time required for the CPU context switch is 0.3 ms and first-in first-out is used for the CPU scheduling, the scheduling results for $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 are as shown in Table (a).

表 (a): First-in first-out スケジューリングの結果

Table (a): First-in first-out scheduling result.

時刻 [ms] Time [ms]	CPU 使用中のプロセス Process using CPU	外部記憶使用中のプロセス Process using external storage
0-10	P_1	-
10-10.3	Context Switch	-
10.3-15.3	P_2	-
15.3-15.6	Context Switch	-
15.6-17.6	P_3	-
17.6-17.9	Context Switch	P_3
17.9-20.9	P_4	P_3
20.9-21.2	Context Switch	P_3
21.2-22.6	P_5	P_3
22.6-25.2	P_5	P_4
25.2-27.6	-	P_4
27.6-32.6	-	P_5

(a) クオンタム時間が 10 ミリ秒のラウンドロビンを用いた P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 のスケジューリング結果を、表 (a) と同様の形式で、時刻毎の “CPU 使用中のプロセス” 及び “外部記憶使用中

のプロセス”が分かるように示せ。なお、本問では CPU のコンテキストスイッチに要する時間は無視できるとする。

Show the scheduling results of $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 using round robin with a quantum time of 10 ms in the same format as Table (a), clearly indicating the “processes using CPU” and “processes using external storage” for each time. Note that in this question, the time required for the CPU context switch can be ignored.

- (b) クオンタム時間が 5 ミリ秒のラウンドロビンを用いた P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 のスケジューリング結果を、表 (a) と同様の形式で、時刻毎の “CPU 使用中のプロセス” 及び “外部記憶使用中のプロセス” が分かるように示せ。なお、本問では CPU のコンテキストスイッチに要する時間は無視できるとする。

Show the scheduling results of $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 using round robin with a quantum time of 5 ms in the same format as Table (a), clearly indicating the “processes using CPU” and “processes using external storage” for each time. Note that in this question, the time required for the CPU context switch can be ignored.

- (c) クオンタム時間が 3 ミリ秒のラウンドロビンを用いた P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 のスケジューリング結果を、表 (a) と同様の形式で、時刻毎の “CPU 使用中のプロセス” 及び “外部記憶使用中のプロセス” が分かるように示せ。なお、本問では CPU のコンテキストスイッチに要する時間は 0.3 ミリ秒であるとする。また、CPU が連続して同一プロセスを実行する場合にはコンテキストスイッチは発生しないとする。

Show the scheduling results of $P_1, P_2, P_3, P_4,$ and P_5 using round robin with a quantum time of 3 ms in the same format as Table (a), clearly indicating the “processes using CPU” and “processes using external storage” for each time. Note that in this question, the time required for CPU context switch is assumed to be 0.3 ms. Also, if the CPU executes the same process continuously, it is assumed that no context switch will occur.

- (2) 下記の計算機に関する問に答えよ。

Answer the following questions related to computer.

- (a) 仮想記憶におけるスラッシングは、どのような場合に起こるか説明せよ。

Explain under what circumstances thrashing in virtual memory occurs.

- (b) 総容量が等しくブロック (ライン) サイズが異なるダイレクト・マップ方式のキャッシュメモリについて考える。ミス率のグラフをブロックサイズの関数として描け。グラフがなぜそのような形状となるか説明すること。

Consider direct mapped cache memories with an equal total capacity and with different block (line) sizes. Sketch the graph of miss ratio as a function of block size and explain why the graph appears as such.

- (c) 現代のプロセッサにおいて、キャッシュメモリが階層化される理由を説明せよ。

Explain why cache memory is organized hierarchically in modern processors.

B-6

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) $\{a, b\}$ 上の文字列のうち、文字列長が偶数であるか、または b が 2 回以上連続して出現しないような全ての文字列を表す言語を L_1 とする。(例えば $bbab$ や $baaba$ は L_1 の要素であるが、 bba は要素ではない。) 以下の問に答えよ。

Let L_1 be the language consisting of all strings over $\{a, b\}$ whose length is an even number, or that does not contain two or more consecutive b 's. (For example, the strings $bbab$ and $baaba$ are in L_1 but bba is not.) Answer the following questions.

- (a) L_1 を認識する非決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。

Draw the state transition diagram of a non-deterministic finite automaton that recognizes L_1 .

- (b) L_1 を生成する正規表現を示し、なぜそれが正しいかを説明せよ。

Describe a regular expression which generates L_1 , and explain why it is correct.

- (2) $\{0, 1\}$ 上の文字列のうち、以下の文法で生成される言語を L_2 とする。(なお λ は空列を表す。開始記号を S とする。) 以下の問に答えよ。

Let L_2 be the language consisting of all strings over $\{0, 1\}$ generated by the following grammar. (Here λ means a null string. Let S be the start symbol.) Answer the following questions.

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda, \\ S \rightarrow SS, \\ S \rightarrow 0S1, \\ S \rightarrow 1S0. \end{cases}$$

- (a) L_2 が文脈自由言語に属するか否かを答え、その理由を述べよ。

Is L_2 a context free language or not? Justify your answer.

- (b) L_2 が正規言語に属するか否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove: L_2 is a regular language.

- (c) 同じ個数の 0, 1 からなる全ての有限長の文字列の集合を L_3 とする。 $L_2 = L_3$ であるか否かを答え、それを証明せよ。

Let L_3 be the set of all finite length of strings, each of which consists of a same number of 0s and 1s. Prove or disprove: $L_2 = L_3$.

- (3) 計算量のクラスに関して、co-NP とはどのような問題のクラスか、定義を述べよ。

Give the definition of the computational complexity class co-NP .

B-7

以下の間に答えよ。(English translation is given on the next page.)

以下の BNF で文法が定義されるプログラミング言語 \mathcal{L} を考える。

$$\begin{aligned} i &::= \text{copy}(p_1, p_2) \mid \text{inc } p \mid \text{dec } p \mid \text{whilepos } p [is] \mid \text{return} \\ is &::= i_1; \dots; i_n; \\ p &::= r_0 \mid r_1 \mid r_2 \mid r_3 \end{aligned}$$

i は命令を表すメタ変数, is は命令列を表すメタ変数, p は整数を保持するレジスタを識別する名前である。命令列の実行にあたって, 処理系は入力として 4 つの整数 n_0, n_1, n_2, n_3 を受け取り, レジスタ r_0, r_1, r_2, r_3 にそれぞれセットし, 命令列に含まれる命令を順番に以下の仕様に沿って実行する。

- **copy**(p_1, p_2): レジスタ p_1 の値をレジスタ p_2 に書き込む。
- **inc** p : レジスタ p の値を 1 増加させる。
- **dec** p : レジスタ p の値を 1 減少させる。
- **whilepos** $p [is]$: レジスタ p の値が正の数であれば is を実行した後に再度 **whilepos** $p [is]$ を実行する。そうでなければ何もしない。
- **return**: レジスタ r_0 の値を出力して停止する。

例えば, **whilepos** $r_1[\text{dec } r_1; \text{inc } r_0]; \text{return};$ で定義されるプログラム sum は, 入力 n_0 と n_1 について, n_1 が非負整数であれば $n_0 + n_1$ を返すプログラムである。

- (1) sum は n_1 が負である場合にはどのような動作をするか。
- (2) 非負整数 n_1 と n_2 の積を返す \mathcal{L} のプログラムを書け。
- (3) 言語 \mathcal{L} のインタプリタのプログラムを示せ。解答に先立ち, 使用するプログラミング言語を以下から一つ選択し明示すること: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Haskell. 解答にあたっては以下の点に留意すること。
 - **copy**(p_1, p_2) 命令と **whilepos** $p [is]$ 命令に対する動作が理解できるように解答せよ。完全な実装を示す必要はない。
 - 字句解析器や構文解析器を実装に含める必要はない。インタプリタは抽象構文木を入力として受け取るものと仮定してよい。
 - 動作の理解を容易にするために, ソースコードには適宜説明を加えること。特に命令, 命令列, レジスタをどのように表現したかを明記すること。
 - 言語仕様に未定義な動作があれば, 解答においてその未定義動作をどのように扱ったかを説明すること。
- (4) オペレーティングシステムに関する以下の用語についてそれぞれ説明せよ。括弧内の語句はすべて使用すること。図を用いてもよい。
 1. 仮想メモリのアドレス変換 (アドレス変換表, テーブルベースレジスタ)
 2. テストアンドセット命令 (アトミック, クリティカルセクション)
 3. プロセス間通信 (同期通信, 非同期通信, ポート, パイプ)

Answer all the following questions.

\mathcal{L} is a programming language whose syntax is defined by the following BNF.

$$\begin{aligned} i &::= \text{copy}(p_1, p_2) \mid \text{inc } p \mid \text{dec } p \mid \text{whilepos } p [is] \mid \text{return} \\ is &::= i_1; \dots i_n; \\ p &::= r_0 \mid r_1 \mid r_2 \mid r_3 \end{aligned}$$

i is a metavariable that represents *instructions*; is represents *instruction sequences*; and p represents identifiers for *registers* that store integers. An interpreter executes an instruction sequence as follows: It takes four integers n_0, n_1, n_2, n_3 as input, assigns them to registers r_0, r_1, r_2, r_3 respectively, and executes the instructions sequentially. Each instruction is executed as follows.

- **copy**(p_1, p_2): Writes the value of the register p_1 to the register p_2 .
- **inc** p : Increments the value of the register p by 1.
- **dec** p : Decrements the value of the register p by 1.
- **whilepos** $p [is]$: Executes is and then **whilepos** $p [is]$ if the value of the register p is positive; does nothing otherwise.
- **return**: Outputs the value of the register r_0 and then terminates.

For example, a program *sum* defined by **whilepos** $r_1 [\text{dec } r_1; \text{inc } r_0]; \text{return};$ takes integers n_0 and n_1 as input and outputs $n_0 + n_1$ if n_1 is nonnegative.

- (1) What is the output of *sum* if n_1 is a negative integer?
- (2) Write an \mathcal{L} program that takes nonnegative integers n_1 and n_2 as input and outputs $n_1 \times n_2$.
- (3) Describe a program that implements an interpreter for \mathcal{L} . First declare one programming language that you use from the following alternatives: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, and Haskell. Your answer should satisfy the following conditions.
 - Your answer should describe how your interpreter works for the instructions **copy**(p_1, p_2) and **whilepos** $p [is]$. You do *not* need to write complete source code of your interpreter.
 - You do *not* need to include a lexer nor a parser. Assume that your interpreter takes an abstract syntax tree of \mathcal{L} as input.
 - You need to add explanation to your source code so that it can be easily understood.
 - You should explain how you deal with undefined behavior in the above specification, if any.
- (4) Explain the following terms related to operating systems. Use all the words/phrases in the parentheses. You may use figures.
 1. Address translation of virtual memory (address translation table, table base register)
 2. Test and set instruction (atomic, critical section)
 3. Inter-process communication (synchronous communication, asynchronous communication, port, pipe)

B-8

下記の全ての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 型付入計算を下に示す構文, 簡約規則, 型付け規則によって定義する. ただし, x, y, z は変数を表し, $[x := N]$ は変数 $x \leftarrow N$ を代入する操作, 簡約関係 $M \rightarrow M'$ は簡約規則で閉じた最小の関係, 関係 $M \rightarrow^* M'$ はその反射的推移的閉包とする. α, β は型変数を表し, 型環境 Γ は, 変数と型の組 $x : \tau$ の有限列で変数に重複がないものである. 空列は \bullet で表記する. 型付け関係 $\Gamma \vdash M : \tau$ は型付け規則で閉じた最小の関係とする.

構文:

$$\begin{aligned} \text{項 } M, N, P & ::= x \mid Z \mid (S M) \mid (\lambda x. M) \mid (M M) \mid (I M M M) \\ \text{型 } \tau & ::= \text{nat} \mid \tau \rightarrow \tau \end{aligned}$$

簡約規則:

$$\begin{array}{c} ((\lambda x. M) N) \rightarrow M[x := N] \\ (I Z N P) \rightarrow P \\ (I (S M) N P) \rightarrow (I M N (N P)) \end{array} \quad \frac{M \rightarrow M'}{(M N) \rightarrow (M' N)} \quad \frac{M \rightarrow M'}{(I M N P) \rightarrow (I M' N P)}$$

型付け規則:

$$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \quad \frac{}{\Gamma \vdash Z : \text{nat}} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \text{nat}}{\Gamma \vdash (S M) : \text{nat}} \quad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\lambda x. M) : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash (M N) : \tau_2} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \text{nat} \quad \Gamma \vdash N : \tau \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (I M N P) : \tau}$$

- (a) $(I (S Z) (\lambda x. (S (S x))) Z) \rightarrow^* N$ を満たす N を全て挙げよ.
- (b) $(I \underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_n (\lambda x. (S (S x))) Z)$ の正規形がどのような項になるか答えよ.
- (c) 型付け関係 $\bullet \vdash M_2 : \text{nat} \rightarrow (\text{nat} \rightarrow \text{nat})$ が成立し, かつ, 以下の性質 (A) を満たす M_2 を与えよ.

性質 (A): 任意の自然数 m, n に対し,

$$M_2 \left(\underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_m \right) \left(\underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_n \right) \rightarrow^* \underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_{m+n}$$

が成立する.

(2) p, q を命題変数を表す記号として, 論理式 A, B を BNF $A, B ::= p \mid \perp \mid A \supset B \mid A \vee B$ で定義する. 論理体系 ND を以下の推論規則で定義する. ここで, Γ は論理式の有限集合を表すとする.

$$\frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash A_1 \vee A_2 \quad \Gamma \cup \{A_1\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{A_2\} \vdash B}{\Gamma \vdash B}$$

以下の判断 (a)~(b) の ND における導出を与えよ.

(a) $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$

(b) $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset ((p \supset \perp) \supset q)$

A typed λ -calculus is defined by the following syntax in BNF, reduction rules, and typing rules. Here, x, y , and z range over the set of variables, $[x := N]$ denotes substitution of N for x , the reduction relation $M \rightarrow M'$ is the least relation closed under the reduction rules, and the relation \rightarrow^* is its reflexive and transitive closure. Let α and β range over the set of type variables. A type environment Γ is a finite sequence of pairs $x : \tau$ of a variable and a type, where the variables are pairwise distinct. The empty sequence is denoted by \bullet . The typing relation $\Gamma \vdash M : \tau$ is the least relation closed under the typing rules.

Syntax:	
Terms	$M, N, P ::= x \mid Z \mid (S M) \mid (\lambda x. M) \mid (M M) \mid (I M M M)$
Type	$\tau ::= \text{nat} \mid \tau \rightarrow \tau$
Reduction rules:	
$((\lambda x. M) N) \rightarrow M[x := N]$	$(I Z N P) \rightarrow P$
$(I (S M) N P) \rightarrow (I M N (N P))$	$(M N) \rightarrow (M' N) \quad (I M N P) \rightarrow (I M' N P)$
Typing rules:	
$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau}$	$\frac{}{\Gamma \vdash Z : \text{nat}}$
$\frac{\Gamma \vdash M : \text{nat}}{\Gamma \vdash (S M) : \text{nat}}$	$\frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\lambda x. M) : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$
$\frac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash (M N) : \tau_2}$	$\frac{\Gamma \vdash M : \text{nat} \quad \Gamma \vdash N : \tau \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (I M N P) : \tau}$

- (a) Enumerate all terms N that satisfy $(I (S Z) (\lambda x. (S (S x)))) Z \rightarrow^* N$.
- (b) Describe the normal form of $(I (\underbrace{S (S \dots (S Z) \dots)}_n) (\lambda x. (S (S x)))) Z$.
- (c) Give an M_2 that satisfies the typing relation $\bullet \vdash M_2 : \text{nat} \rightarrow (\text{nat} \rightarrow \text{nat})$ and the following property (A).

Property (A): for any natural numbers m and n , the following holds.

$$M_2 \underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_m \underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_n \rightarrow^* \underbrace{(S (S \dots (S Z) \dots))}_{m+n}$$

- (2) Let p and q range over propositional variables. Logical formulas, ranged over by A and B , are defined by the following BNF: $A, B ::= p \mid \perp \mid A \supset B \mid A \vee B$. The proof system ND is defined by the following inference rules. Γ stands for a finite set of logical formulas.

$$\frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash A_1 \vee A_2 \quad \Gamma \cup \{A_1\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{A_2\} \vdash B}{\Gamma \vdash B}$$

Give a derivation of each judgment below in ND.

(a) $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$

(b) $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset ((p \supset \perp) \supset q)$